

# MATEMÁTICA

**19)** Para a orientação dos maquinistas, ao longo de uma ferrovia existem placas com a indicação da quilometragem. Um trem percorre essa ferrovia em velocidade constante e, num dado instante, seu maquinista observa uma placa em que o número indicador da quilometragem tinha 2 algarismos. Após 30 minutos, ele passa por uma outra em que, curiosamente, os algarismos assinalados eram os mesmos da primeira, só que escritos na ordem inversa.

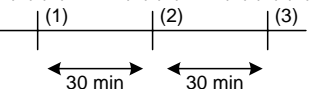
Decorridos 30 minutos de sua passagem pela segunda placa, ele passa por uma terceira em que o número marcado tinha os mesmos algarismos das anteriores mas na mesma ordem dos da primeira e com um zero intercalado entre eles. Nessas condições, a velocidade desse trem, em quilômetros por hora, era

- A) 72    B) 90    C) 100    D) 116    E) 120

**RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 19:** Alternativa B

Seja ab a 1ª placa observada, a qual chamaremos de (1); pelo enunciado temos:

(a)(b)    (b)(a)    (a)(0)(b)



Como a velocidade é constante, a distância entre as placas (1) e (2) e entre as placas (2) e (3) são iguais.

Então: (b)(a) - (a)(b) = (a)(0)(b) - (b)(a) ou

$$2(b)(a) = (a)(0)(b) + (a)(b)$$

Utilizando-se as potências de 10, podemos escrever a igualdade acima como:

$$2(10b+a) = 100^a + b + 10^a + b$$

$$18b = 108a \therefore b = 6a, \text{ como } 1 \leq b \leq 9 \text{ e } 1 \leq a \leq 9.$$

Os únicos valores possíveis são a = 1 e b = 6.

Então a 1ª placa corresponde ao quilômetro 16 e a segunda, ao quilômetro 61. 61 - 16 = 45 km percorridos em 30 min.

Logo a velocidade é de 90 km/h.

**20)** Sobre as casas de um grande tabuleiro de xadrez devem ser colocados grãos de arroz, em quantidades que obedecem a uma lei de colocação seqüencial, conforme é mostrado na figura seguinte.

	→	→	→	→	→	→	→	↓
	3	6	9	12	15	18	21	24
↓	48	45	42	39	36	33	30	27
→	51	...	...	...	...	...	...	...
	...	...	...	...	...	...	...	...
	...	...	...	...	...	...	...	...
	...	...	...	...	...	...	...	...
	...	...	...	...	...	...	...	...
	...	...	...	...	...	...	...	?

A quantidade de grãos de arroz que devem ser colocados na casa em que se encontra o ponto de interrogação é um número compreendido entre

- A) 170 e 175    B) 175 e 180    C) 180 e 185  
D) 185 e 190    E) 190 e 195

**RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 20:** Alternativa A

Considerando o tabuleiro de xadrez na solução apresentada como sendo uma matriz quadrada de ordem 8, observamos que seus elementos formam uma P.A., de primeiro termo e razão iguais a 3, que se ordena da seguinte maneira: nas linhas ímpares os termos seguem da esquerda para a direita e nas linhas pares, da direita para a esquerda. Desta forma, concluímos que o elemento da oitava linha e oitava coluna é o 57º termo da P.A.

Portanto, seu valor é :  $3+(57-1) \cdot 3 = 171$  que está compreendido entre os números 170 e 175.

**21)** Considere a equação matricial

$$\begin{bmatrix} i & 1-i \\ 0 & -i \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3+i \\ 1+i \end{bmatrix}$$

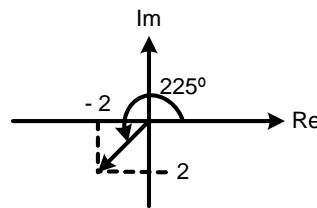
em que i é a unidade imaginária. Os números complexos x e y que satisfazem essa equação são tais que a medida do argumento principal de x + y é

- A) 120º    B) 135º    C) 225º    D) 240º    E) 330º

**RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 21:** Alternativa C

$$\begin{pmatrix} i & 1-i \\ 0 & -i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3+i \\ 1+i \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} ix+(1-i)y = 3+i \\ -iy = 1+i \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1-3i \\ y = -1+i \end{cases}$$

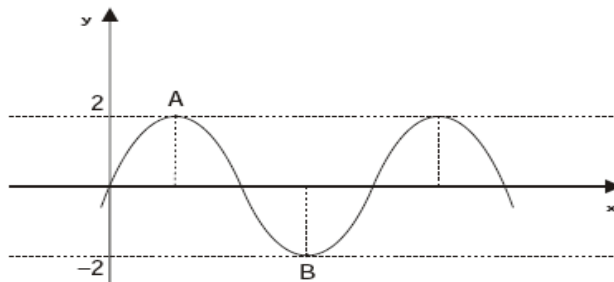
Logo :  $x + y = -2 - 2i$



Assim, o argumento principal de  $-2 - 2i$  é 225º.

**INSTRUÇÕES:** Use as informações seguintes para responder às questões de números 22 e 23.

Na figura abaixo tem-se o gráfico de uma função f, de IR em IR, definida por  $f(x) = k \cdot \text{sen } mx$ , em que k e m são constantes reais, e cujo período é  $\frac{8\pi}{3}$ .



**22)** O valor de  $f\left(\frac{29\pi}{3}\right)$  é

- A)  $-\sqrt{3}$     B)  $-\sqrt{2}$     C) -1    D)  $\sqrt{2}$     E)  $\sqrt{3}$

**RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 22:** Alternativa B

A imagem de  $f(x) = k \cdot \text{sen}(m \cdot x)$  é expressa pelo intervalo  $[-k, k]$ , e do gráfico temos que:  $[-k, k] = [-2, 2]$  ou seja  $k = 2$ .

E o período desta função é dado por  $\frac{2\pi}{m}$ , e do enunciado

temos que  $\frac{2\pi}{m} = \frac{8\pi}{3}$  ou seja,  $m = \frac{3}{4}$ . Assim a função é

$$f(x) = 2 \cdot \text{sen}\left(\frac{3}{4} \cdot x\right) \text{ e portanto:}$$

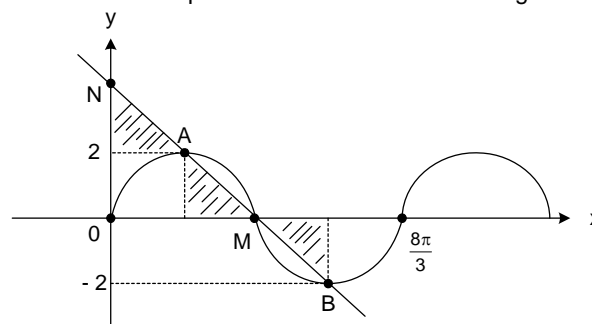
$$f\left(\frac{29\pi}{3}\right) = 2 \cdot \text{sen}\left(\frac{3}{4} \cdot \frac{29\pi}{3}\right) = 2 \cdot \text{sen}\frac{5\pi}{4} = 2 \cdot \left(\frac{-\sqrt{2}}{2}\right) = -\sqrt{2}$$

**23)** A reta que contém os pontos A e B determina com os eixos coordenados um triângulo cuja área, em unidades de superfície, é

- A)  $2\pi$     B)  $\frac{13\pi}{6}$     C)  $\frac{7\pi}{3}$     D)  $\frac{5\pi}{2}$     E)  $\frac{8\pi}{3}$

**RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 23:** Alternativa E

A reta determinada pelos pontos A e B intercepta os eixos das coordenadas nos pontos M e N como mostra a figura.



ALFERES VESTIBULARES

Da convergência entre os triângulos hachurados, podemos concluir que  $N = (0,4)$  e que o ponto médio  $M$  do segmento  $AB$  tem como abscissa a metade do período da função  $f(x)$ . Assim:

$$x_M = \frac{1}{2} \cdot \frac{8\pi}{3} = \frac{4\pi}{3}$$

Portanto, a área do triângulo  $OMN$  é  $\frac{1}{2} \cdot \frac{4\pi}{3} \cdot 4 = \frac{8\pi}{3}$ .

**24)** Em um ônibus há apenas 4 bancos vazios, cada qual com 2 lugares. Quatro rapazes e quatro moças entram nesse ônibus e devem ocupar os bancos vagos. Se os lugares forem escolhidos aleatoriamente, a probabilidade de que cada banco seja ocupado por 1 rapaz e 1 moça é

- A)  $\frac{1}{70}$     B)  $\frac{6}{35}$     C)  $\frac{3}{14}$     D)  $\frac{8}{35}$     E)  $\frac{2}{7}$

**RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 24:** Alternativa **D**

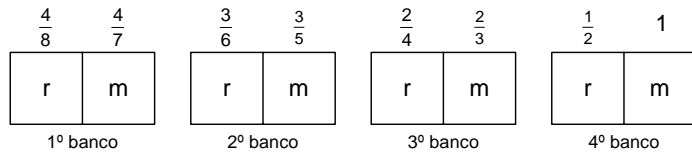
**1ª SOLUÇÃO**

O nº de maneiras dessas pessoas ocuparem os bancos sem restrição, é 8!  
 O número de maneiras distintas dos rapazes ocuparem os 4 bancos é 4! e, o das moças também é 4!  
 Como um rapaz e uma moça podem trocar de lugar em cada banco de 2 maneiras, então para os 4 bancos, eles podem trocar de lugar de  $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^4$  maneiras.  
 Assim, pela definição de probabilidade, temos:

$$P(t) = \frac{4! \cdot 4! \cdot 2^4}{8!} = \frac{8}{35}$$

**2ª SOLUÇÃO**

Uma configuração possível para a ocupação dos lugares é:



onde r representa rapaz, m representa moça e os valores acima do quadrado, a probabilidade daquele lugar a ser ocupado por rapaz ou por moça.

Logo, a probabilidade para que ocorra essa configuração é:

$$\frac{4}{8} \times \frac{4}{7} \times \frac{3}{6} \times \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{70}$$

Como em cada banco pode haver inversão entre rapazes e moças a probabilidade anterior é dobrada 4 vezes (4 bancos),

então a probabilidade pedida é  $\frac{2^4}{70} = \frac{8}{35}$ .

**25)** Um número  $N$  é obtido triplicando-se a base e o expoente de  $2^y$ , em que  $y \in \mathbb{R}$ . Se  $N$  é igual ao produto de  $2^y$  por  $x^y$ , qual é o valor de  $\log x$ ? (Use:  $\log 2 = 0,30$  e  $\log 3 = 0,48$ )

- A) 2,04    B) 2,08    C) 2,12    D) 2,26    E) 2,28

**RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 25:** Alternativa **A**

Pelo enunciado temos:

$$N = 6^{3y} \text{ e } N = 2^y \cdot x^y; \text{ igualando as equações:}$$

$$(6^3)^y = (2x)^y; \text{ então: } 2x = 216 \therefore x = 108 = 2^2 \cdot 3^3$$

$$\log x = \log(2^2 \cdot 3^3) = 2\log 2 + 3\log 3 = 0,6 + 1,44 = 2,04$$

**26)** Às 8 horas de certo dia, um tanque, cuja capacidade é de 2 000 litros, estava cheio de água; entretanto, um furo na base desse tanque fez com que a água por ele escoasse a uma vazão constante. Se às 14 horas desse mesmo dia o tanque estava com apenas 1 760 litros, então a água em seu interior se reduziu à metade às

- A) 21 horas do mesmo dia.    B) 23 horas do mesmo dia.  
 C) 4 horas do dia seguinte.    D) 8 horas do dia seguinte.  
 E) 9 horas do dia seguinte.

**RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 26:** Alternativa **E**

Pelo enunciado do problema:

$$\left. \begin{array}{l} 8h \Rightarrow 2000\ell \\ 14h \Rightarrow 1760\ell \end{array} \right\} 240\ell \text{ em } 6h \text{ ou } 40\ell/h \text{ que é a vazão.}$$

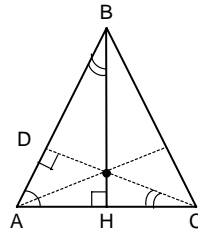
Para o tanque ficar com apenas 1000 ℓ em seu interior, 1000 ℓ deverão ser escoados.

1000 : 40 = 25 h; então, o tanque estará com esse volume às 9 h do dia seguinte.

**27)** Considere o triângulo isósceles  $ABC$ , tal que  $AB = BC = 10$  cm e  $CA = 12$  cm. A rotação desse triângulo em torno de um eixo que contém o lado  $AB$  gera um sólido cujo volume, em centímetros cúbicos, é

- A)  $256\pi$     B)  $298,6\pi$     C)  $307,2\pi$     D)  $316\pi$     E)  $328,4\pi$

**RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 27:** Alternativa **C**



$$AB = BC = 10 \text{ cm}$$

$$CA = 12 \text{ cm}$$

$$BH = \sqrt{100 - 36} = 8$$

Os  $\Delta s$   $ABH$  e  $ACD$  são semelhantes

$$\text{Então } \frac{CD}{AC} = \frac{BH}{AB}; \overline{CD} = \frac{12 \times 8}{10} = 9,6$$

O volume  $v$  gerado é a soma dos volumes de 2 cones com mesma base (raio  $\overline{CD} = 9,6$ ) e alturas  $\overline{BD}$  e  $\overline{AD}$ .

$$v = \frac{\pi \overline{CD}^2 \times \overline{AD}}{3} + \frac{\pi \overline{CD}^2 \times \overline{BD}}{2} = \frac{\pi \overline{CD}^2}{3} (\overline{AD} + \overline{BD}) = \frac{\pi \overline{CD}^2 \cdot \overline{AB}}{3}$$

$$V = 307,2\pi \text{ cm}^3$$

ALFERES VESTIBULARES ALFERES VESTIBULARES ALFERES VESTIBULARES