

FÍSICA

QUESTÃO 1

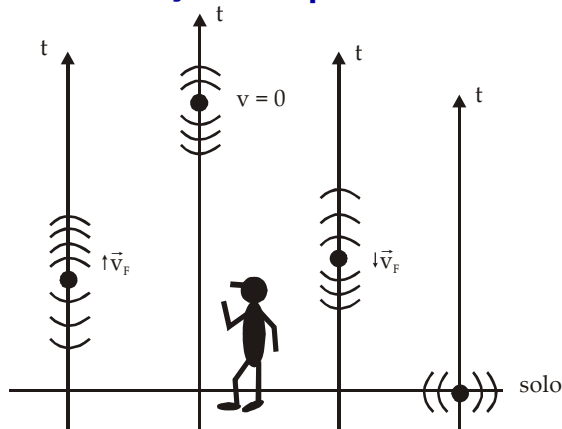
No instante $t = 0$, uma fonte sonora que gera um tom com frequência de 500 Hz é arremessada verticalmente do solo com velocidade inicial de 40 m/s. Pede-se:

- a) a maior e a menor frequência do som ouvido por um observador estacionário situado muito próximo do local do arremesso;
- b) um esboço do gráfico da frequência ouvida pelo observador em função do tempo após o lançamento para $0 < t < 10$ s.

Dados: aceleração da gravidade (g) = 10 m/s²; velocidade do som (v_s) = 340 m/s.

Obs.: despreze o atrito da fonte sonora com o ar e suponha que a fonte permaneça imóvel após atingir o solo.

Resolução da questão 1



$$f_{ap} = f_F \left(\frac{v_s \pm v_{ob}}{v_s \mp v_F} \right)$$

Observador em repouso: $v_{ob} = 0$

A menor frequência ocorrerá no instante do lançamento.

$$f_{min} = 500 \left(\frac{340}{340 + 40} \right) = 447 \text{ Hz}$$

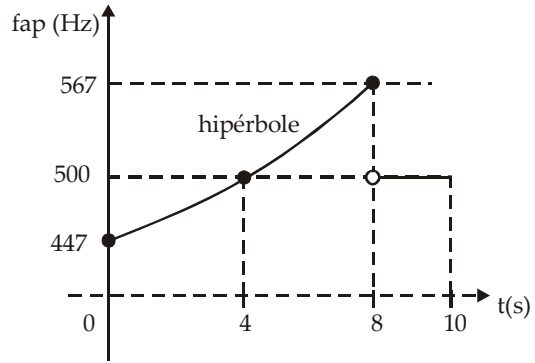
A maior frequência ocorrerá ao retornar.

$$f_{max} = 500 \left(\frac{340}{340 - 40} \right) = 567 \text{ Hz}$$

A equação da velocidade da fonte fica:

$$v = 40 - 10t$$

$$f_{ap} = 500 \left(\frac{340}{340 + (40 - 10t)} \right) \Rightarrow \boxed{f_{ap} = \frac{17000}{38 - t}}$$



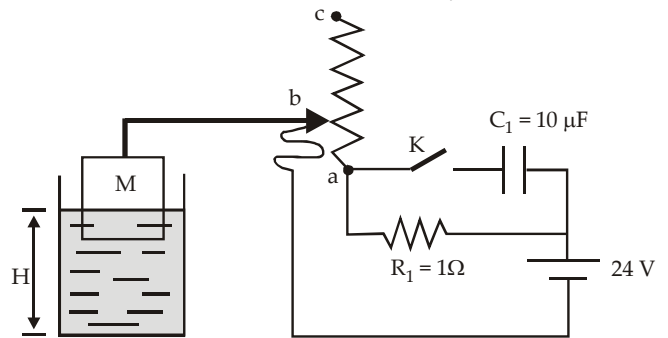
Obs.: Nessa resolução está sendo desprezado o tempo necessário para o som realizar o percurso entre a fonte e o observador, o que produziria um atraso máximo de cerca de 0,2 s (no tempo em que o observador ouve 500Hz)

QUESTÃO 2

A figura ilustra um bloco M de madeira com formato cúbico, parcialmente submerso em água, ao qual está fixado um cursor metálico conectado a um circuito elétrico. Na situação inicial, a face do fundo do bloco se encontra a 48 cm da superfície da água, a chave K está aberta e o capacitor C_1 descarregado. O comprimento do fio resistivo entre a posição b do cursor metálico e o ponto a é 10 cm. A potência dissipada no resistor R_1 é 16 W.

Em determinado instante, a água é substituída por outro líquido mais denso, mantendo-se constante o nível H da coluna de água inicialmente existente. Fecha-se a chave K e observa-se que, após um longo intervalo de tempo, a energia armazenada em C_1 se estabiliza em 28,8 μ J. Considerando que a resistência por unidade de comprimento do fio resistivo é constante, determine a massa específica do líquido que substituiu a água.

Dados: aceleração da gravidade (g) = 10 m/s²; massa específica da água (μ_a) = 1 g/cm³.



Resolução da questão 2

Com a chave K aberta, o equilíbrio de forças no cubo fica:

$$E = P \Rightarrow V \rho g = M g \Rightarrow h A \rho = M \quad (1)$$

Com a chave K fechada, tem-se um novo valor para a densidade do líquido ρ' e um novo valor para a altura imersa h' :

$$h' A \rho' = M \quad (2)$$

Igualando-se (1) e (2) obtém-se:

$$\left. \begin{aligned} h' \rho' &= h \rho \\ h &= 0,48 \text{ m} \\ \rho &= 1 \text{ g/cm}^3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow h' \rho' = 0,48 \cdot 1 \quad (3)$$

Com a chave K aberta, tem-se para o resistor R₁:

$$\left. \begin{aligned} R_1 &= 1 \Omega \\ P &= 16 \text{ W} \\ P &= R_1 i^2 \\ U_1 &= R_1 i \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} i &= 4 \text{ A} \\ U_1 &= 4 \text{ V} \end{aligned}$$

Consequentemente, para a resistência entre a e b:

$$\left. \begin{aligned} R_{ab} &= \frac{U_{ab}}{i} \\ U_{ab} + U_1 &= 24 \text{ V} \\ i &= 4 \text{ A} \\ U_1 &= 4 \text{ V} \end{aligned} \right\} \Rightarrow R_{ab} = \frac{24 - 4}{4} = 5 \Omega \quad (4)$$

Com a chave K fechada, tem-se para o capacitor:

$$\varepsilon = \frac{C U^2}{2} \Rightarrow 28,8 \cdot 10^{-6} = \frac{10^{-5} U_1^2}{2} \Rightarrow U_1 = 2,4 \text{ V}$$

Para o resistor R₁:

$$\left. \begin{aligned} R'_{ab} \\ U'_{ab} + U_1 &= 24 \\ i &= 2,4 \text{ A} \\ U_1 &= 2,4 \text{ V} \end{aligned} \right\} \Rightarrow R'_{ab} = \frac{24 - 2,4}{2,4} \Rightarrow R'_{ab} = 9 \Omega \quad (5)$$

Usando (4), (5) e a Segunda Lei de Ohm:

$$\left. \begin{aligned} R'_{ab} &= \frac{\rho' \cdot l}{A} \\ R_{ab} &= \frac{\rho \cdot l}{A} \\ l_{ab} &= 10 \text{ cm} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{9}{5} = \frac{l'_{ab}}{10} \Rightarrow l'_{ab} = 18 \text{ cm}$$

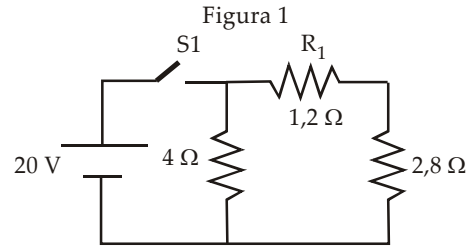
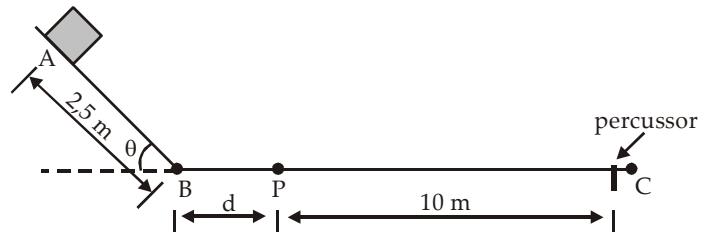
A mudança no valor para a distância entre a e b (18 cm) significa que a altura imersa do cubo após a mudança de líquido reduz-se de 48cm para 40cm. Usando (3) tem-se:

$$\left. \begin{aligned} h' \rho' &= 0,48 \\ h' &= 0,40 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \rho' = 1,2 \text{ g/cm}^3$$

QUESTÃO 3

Um pequeno corpo é abandonado com velocidade inicial nula no ponto A de uma rampa, conforme ilustra a figura 1. No instante em que esse corpo passa pelo ponto P, um dispositivo provoca o fechamento da chave S1 do circuito elétrico apresentado na Figura 2.

No instante em que o resistor R₁ desse circuito atinge o consumo de 0,05 W · h, um percussor é disparado, perpendicularmente ao trecho plano B-C, com o objetivo de atingir o corpo mencionado. Sabe-se que ao percorrer a distância d mostrada na figura 1, o corpo tem sua velocidade reduzida a 1/3 da alcançada no ponto B. Considerando que os trechos A-B e P-C não possuem atrito e que o corpo permanece em contato com o solo até o choque, determine o ângulo de inclinação θ da rampa para que o corpo seja atingido pelo percussor. Dado: aceleração da gravidade (g) = 10 m/s².



Resolução da questão 3

No circuito, a resistência equivalente será

$$R_{EQ} = \frac{4 \cdot (1,2 + 2,8)}{4 + (1,2 + 2,8)} = 2 \Omega$$

Ao fecharmos a chave S₁, a corrente que aparece no circuito é $i = \frac{E}{R_{EQ}} = \frac{20}{2} = 10 \text{ A}$. Como ambos os trechos

em paralelo no circuito possuem uma resistência igual (4 Ω), a corrente será dividida igualmente entre os dois trechos, ou seja, cada resistor é percorrido por uma corrente de 5 A. Logo, a potência dissipada no resistor de 1,2 Ω é

$$Pot = R \cdot \left(\frac{i}{2}\right)^2 = 1,2 \cdot 5^2 = 30 \text{ W}$$

O tempo decorrido para que este resistor dissipe os 0,05W · h é:

$$Pot = \frac{E_{DISSIP}}{\Delta t} \Rightarrow 30 \text{ W} = \frac{0,05 \text{ W} \cdot h}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{1}{600} h = \frac{1}{600} \cdot 3600 \text{ s} = 6 \text{ s}$$

Durante esse intervalo de tempo de 6 s o corpo deve percorrer o trecho PC, ou seja, deve percorrer 10 m. Assim, a velocidade no trecho PC é:

$$v_{PC} = \frac{PC}{\Delta t} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3} \text{ m/s}$$

$$\text{Como } \frac{v_{PC}}{v_B} = \frac{1}{3} \Rightarrow v_B = 3 \cdot v_{PC} = 5 \text{ m/s}$$

Ou seja, partindo do repouso em A, o corpo acelera até o ponto B atingindo nesse ponto uma velocidade de 5 m/s.

Para descobrir a aceleração no trecho AB, vamos impor que a força resultante no plano inclinado sem atrito é a componente do peso na direção da rampa:

$$|\vec{F}_{RES}| = |\vec{P}| \cdot \text{sen} \theta \Rightarrow m \cdot |\vec{a}| = m \cdot |\vec{g}| \cdot \text{sen} \theta \Rightarrow |\vec{a}| = |\vec{g}| \cdot \text{sen} \theta$$

Como o movimento no trecho AB é uniformemente variado (aceleração constante), da equação de Torricelli:

$$v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta s \Rightarrow 5^2 = 0^2 + 2 \cdot (10 \cdot \text{sen} \theta) \cdot 2,5 \Rightarrow$$

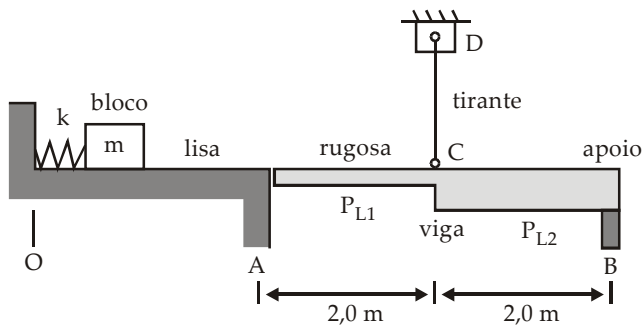
$$\text{sen} \theta = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 30^\circ$$

QUESTÃO 4

Uma mola com constante elástica k , presa somente a uma parede vertical, encontra-se inicialmente comprimida em 10 cm por um bloco de massa $m = 4$ kg, conforme apresenta a figura abaixo. O bloco é liberado e percorre uma superfície horizontal lisa OA sem atrito. Em seguida, o bloco percorre, até atingir o repouso, parte da superfície rugosa de uma viga com 4 m de comprimento, feita de material uniforme e homogêneo, com o perfil mostrado na figura. Sabendo que a força normal por unidade de área no tirante CD de seção reta 10 mm^2 é de 15 MPa na posição de repouso do bloco sobre a viga, determine o valor da constante elástica k da mola.

Dados: pesos por unidade de comprimento da viga (P_{L1}) = 20 N/m e (P_{L2}) = 40 N/m; coeficiente de atrito cinético (μ_c) = 0,50;
 aceleração da gravidade (g) = 10 m/s²;
 1 Pa = 10⁵ N/m².

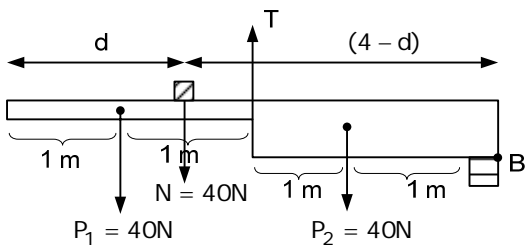
Obs.: o tirante não prejudica o movimento do bloco.



Resolução da questão 4

$$\tau_{Fr} = \Delta \epsilon_{cin}(TEC) \Rightarrow \tau_{Fel} + \tau_{fat} = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{\kappa x^2}{2} - \mu mgd = 0 \Rightarrow \frac{\kappa x^2}{2} = \mu mgd \quad (I)$$



A barra esta em equilíbrio: $\sum \vec{M}_F = 0$ (eixo em B)

$$|M_T| = |M_{P_1} + M_N + M_{P_2}| \Rightarrow T \cdot 2 = 40 \cdot 3 + 40(4 - d) + 80 \cdot 1 \Rightarrow$$

$$2p \cdot A = 200 + 40(4 - d) \Rightarrow 2 \cdot 15 \cdot 10^{-6} + 10 \cdot 10^{-6}$$

$$= 200 + 160 - 40d \Rightarrow d = 1,5m \quad (II)$$

Substituindo (II) em (I) temos

$$\frac{\kappa \cdot (0,1)^2}{2} = 0,5 \cdot 4 \cdot 10 \cdot 1,5 \Rightarrow \boxed{\kappa = 6000N/m}$$

QUESTÃO 5

A figura 1 ilustra uma bateria, modelada através de uma fonte de tensão elétrica V_F em série com um resistor R_S , conectado a um voltímetro V , cuja leitura indica 24 V. Essa bateria é ligada em série com o amperímetro A e com um circuito composto por uma resistência de

aquecimento R_A em paralelo com uma resistência R_B , conforme mostra a Figura 2. A resistência R_A encontra-se imersa em 0,2 L de um líquido com massa específica de $1,2 \text{ g/cm}^3$.

Inicialmente, as chaves S1 e S2 da Figura 2 encontram-se abertas. A chave S1 é acionada. Observa-se que o amperímetro indica 2A e que a temperatura do líquido se eleva de 10°C para 40°C em 30 minutos. Em seguida, a chave S2 é fechada e o amperímetro passa a indicar 2,4 A. Considerando que não exista perda de energia no aquecimento da água e que o voltímetro e o amperímetro sejam ideais, determine:

- a) a resistência R_A em ohms;
- b) a resistência R_S em ohms;
- c) a resistência R_B em oms.

Dados: calor específico do líquido (c) = 2 cal/(g . °C);
 1 cal \approx 4J

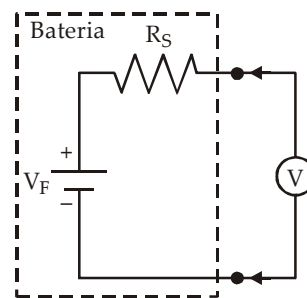


Figura 1

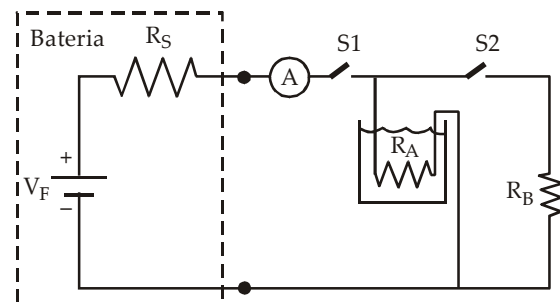


Figura 2

Resolução da questão 5

a) Chave S1 fechada:

Potência usada no aquecimento da água:

$$Pot_A = \frac{Q}{\Delta t} \Rightarrow Pot_A = \frac{m \cdot c \cdot \Delta \theta}{\Delta t} = \frac{\rho \cdot V_{ol} \cdot C \cdot \Delta \theta}{\Delta t} = \frac{1,2 \cdot 200 \cdot 30}{30 \cdot 60}$$

$$= 8 \text{ cal} \Rightarrow Pot_A = 32J$$

Potência dissipada pelo resistor R_A :

$$Pot = R_A \cdot i^2 \Rightarrow 32 = R_A \cdot (2)^2 \Rightarrow \boxed{R_A = 8\Omega}$$

b) Lei de Pouillet para a malha:

$$V_F = (R_S + R_A) \cdot i \Rightarrow 24 = (R_S + 8) \cdot 2 \Rightarrow \boxed{R_S = 4\Omega}$$

c) Chave S2 fechada:

Lei de Puillet para a malha

$$V_F = \left(R_S + \frac{R_A \cdot R_B}{R_A + R_B} \right) \cdot i \Rightarrow 24 = \left(4 + \frac{8 \cdot R_B}{R_B + 8} \right) \cdot 2,4$$

$$\Rightarrow \boxed{R_B = 24\Omega}$$

QUESTÃO 6

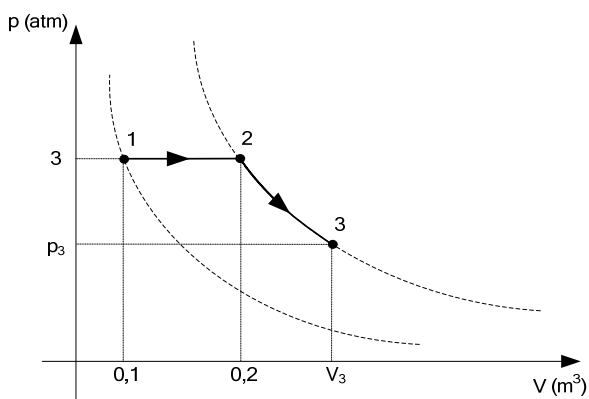
Uma massa m de ar, inicialmente a uma pressão de 3 atm, ocupa $0,1 \text{ m}^3$ em um balão. Este gás é expandido isobaricamente até um volume de $0,2 \text{ m}^3$ e, em seguida, ocorre uma nova expansão através de um processo isotérmico, sendo o trabalho realizado pelo gás durante esta última expansão igual a 66000 J . Determine:

- a) o trabalho total realizado em joules pelo gás durante todo o processo de expansão;
- b) o calor total associado às duas expansões, interpretando fisicamente o sinal desta grandeza.

Dados: $1 \text{ atm} = 1 \frac{\text{kgf}}{\text{cm}^2}$, $1 \text{ kgf} = 10 \text{ N}$ e $\gamma = \frac{C_p}{C_v} = 1,4$.

Obs.: suponha que o ar nestas condições possa ser considerado como gás ideal.

Resolução da questão 6



- a) O trabalho total realizado durante todo o processo de expansão será dado por $\tau_{\text{total}} = \tau_{12} + \tau_{23}$

onde:

- τ_{12} é o trabalho da transformação isobárica;
- τ_{23} é o trabalho da transformação isotérmica.

Logo:

$$\tau_{12} = P \cdot \Delta V = 3 \text{ atm} \cdot 0,1 \text{ m}^3 = 3 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \cdot 0,1 \text{ m}^3 \Rightarrow \tau_{12} = 30 \text{ kJ}$$

Considerando $\tau_{23} = 66 \text{ kJ}$ (do enunciado), temos

$$\tau_{\text{total}} = 30 + 66 \Rightarrow \tau_{\text{total}} = 96 \text{ kJ}$$

- b) O calor total trocado durante todo o processo de expansão será dado por $Q_{\text{total}} = Q_{12} + Q_{23}$

onde:

- Q_{12} é o calor trocado na transformação isobárica;
- Q_{23} é o calor trocado na transformação isotérmica.

Logo:

$$Q_{12} = n \cdot C_p \cdot \Delta T$$

Do gráfico temos:

$$\begin{cases} P_1 \cdot V_1 = n \cdot R \cdot T_1 \\ P_2 \cdot V_2 = n \cdot R \cdot T_2 \end{cases} \Rightarrow \text{Como } P_1 = P_2 \Rightarrow \Delta T = \frac{P \cdot \Delta V}{n \cdot R}$$

Considerando $C_p - C_v = R$:

$$Q_{12} = n \cdot C_p \cdot \frac{P \cdot \Delta V}{n \cdot R} = n \cdot C_p \cdot \frac{P \cdot \Delta V}{n \cdot (C_p - C_v)} \Rightarrow Q_{12} = n \cdot C_p \cdot \frac{P \cdot \Delta V}{n \cdot C_p \cdot \left(1 - \frac{C_v}{C_p}\right)} \Rightarrow Q_{12} = \frac{P \cdot \Delta V}{\left(1 - \frac{C_v}{C_p}\right)} = \frac{30 \text{ kJ}}{\left(1 - \frac{1}{1,4}\right)} \Rightarrow Q_{12} = 105 \text{ kJ}$$

Como no processo 2-3 não temos alteração da energia interna, pela 1ª lei da termodinâmica:

$$Q_{23} = \tau_{23} \Rightarrow Q_{23} = 66 \text{ kJ}$$

Então o calor total trocado será:

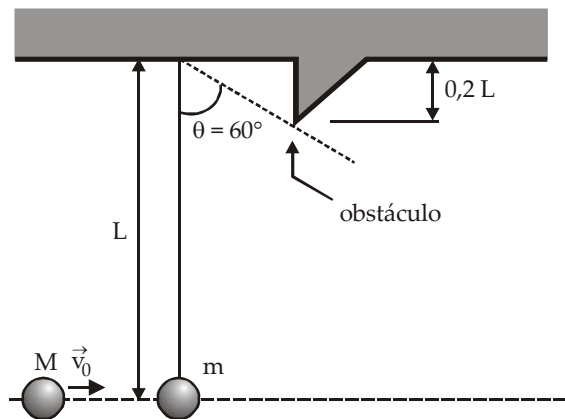
$$Q_{\text{total}} = 105 + 66 \Rightarrow Q_{\text{total}} = + 171 \text{ kJ}$$

O **sinal positivo** do calor total informa que neste processo de expansão a massa de ar contida no balão, **recebeu** calor do meio externo.

QUESTÃO 7

Um pêndulo com comprimento $L = 1 \text{ m}$, inicialmente em repouso, sustenta uma partícula com massa $m = 1 \text{ kg}$. Uma segunda partícula com massa $M = 1 \text{ kg}$ movimenta-se na direção horizontal com velocidade constante v_0 até realizar um choque perfeitamente inelástico com a primeira. Em função do choque, o pêndulo entra em movimento e atinge um obstáculo, conforme ilustrado na figura. Observa-se que a maior altura alcançada pela partícula sustentada pelo pêndulo é a mesma do ponto inferior do obstáculo. O fio pendular possui massa desprezível e permanece sempre esticado. Considerando a aceleração da gravidade $g = 10 \text{ m/s}^2$ e a resistência do ar desprezível, determine:

- a) a velocidade v_0 da partícula com massa M antes do choque;
- b) a força que o fio exerce sobre a partícula de massa m imediatamente após o fio bater no obstáculo.



Resolução da questão 7

- a) Como o choque é perfeitamente inelástico, a partícula ficará "colada" ao pêndulo após a colisão, assim:

$$Mv_0 + m \cdot 0 = (M+m)v_1$$

onde v_1 é a velocidade do conjunto imediatamente após o choque. Como $M = m = 1 \text{ kg}$, logo:

$$v_1 = v_0/2 \quad (I)$$

Pela conservação de energia:

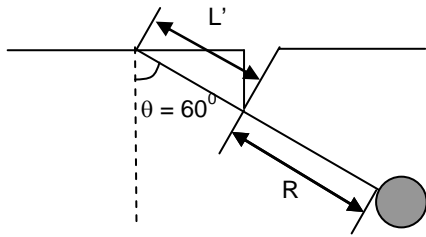
$$E_{c1} = E_{p2}$$

onde 1 é o momento imediatamente após o choque e 2 é o instante em que o conjunto atinge a altura máxima. Assim, substituindo os valores:

$$\frac{(M+m)v_1^2}{2} = (M+m)g(L-0,2L) \Rightarrow v_1^2 = 1,6gL \Rightarrow v_1 = 4 \text{ m/s} \quad (II)$$

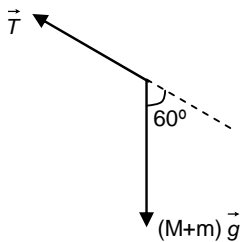
Substituindo (II) em (I): $v_0 = 8 \text{ m/s}$.

b) Logo após bater no obstáculo, temos um movimento circular de raio R, como ilustra a figura:



Na figura, temos: $L' \cos 60^\circ = 0,2L \Rightarrow L' = 0,4L$, logo:
 $R = L - 0,4L = 0,6L$

Montando o diagrama de forças para a situação dada, temos:



Da figura, vem:

$$T - (M+m)g \cos 60^\circ = R \alpha = \frac{(M+m)v_2^2}{R} \Rightarrow$$

$$T = (M+m) \left(\frac{v_2^2}{R} + \frac{g}{2} \right) \quad (III)$$

Mas v_2 pode ser calculado pela conservação de energia entre os instantes 1 e 2:

$$\frac{(M+m)v_1^2}{2} = \frac{(M+m)v_2^2}{2} + (M+m)g(L - L \cos 60^\circ) \Rightarrow$$

$$\frac{v_2^2}{2} = \frac{v_1^2}{2} - \frac{gL}{2} \Rightarrow v_2^2 = 16 - 10 = 6 \text{ (m/s)}^2 \quad (IV)$$

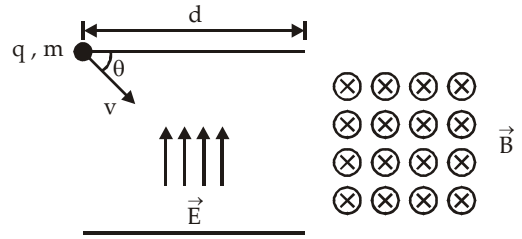
De (III) e (IV): $T = 2 \left(\frac{6}{0,6} + 5 \right) (M) \Rightarrow T = 30N$

QUESTÃO 8

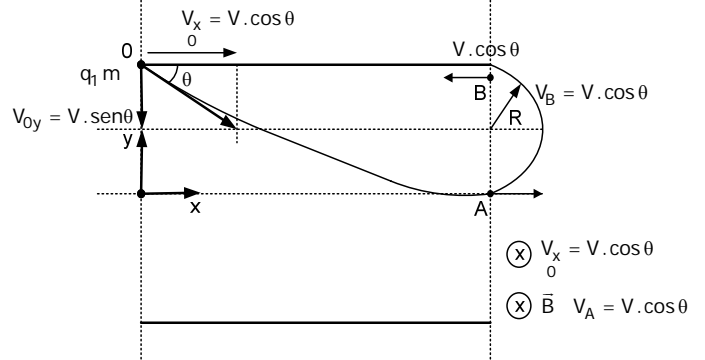
Uma partícula de massa m e carga elétrica q é arremessada com velocidade escalar v numa região entre duas placas de comprimento d , onde existe um campo elétrico uniforme \vec{E} , conforme ilustra a figura. Ao sair da região entre as placas, a partícula entra numa região sujeita a um campo magnético uniforme \vec{B} e segue uma trajetória igual a uma semicircunferência, retornando à região entre as placas. Pede-se:

- a) o ângulo θ de arremesso da partícula indicado na figura;
- b) a energia cinética da partícula no instante de seu retorno à região entre as placas;
- c) a faixa de valores de $|\vec{B}|$ para que a partícula volte à região entre as placas;
- d) verificar, justificando, se existe a certeza da partícula se chocar com alguma das placas após regressar à região entre as placas.

Obs.: desconsidere a ação da gravidade.



Resolução da questão 8



a) **Eixo y:** Movimento Uniformemente Variado
 Para que a trajetória seja um semicircunferência na região de campo magnético uniforme \vec{B} é preciso que no ponto A a velocidade em y seja nula.

Para o eixo y :

$$\vec{F}_{Ry} = m \vec{\alpha}_y \Rightarrow q \cdot E = m \alpha_y \Rightarrow \alpha_y = \frac{q \cdot E}{m} \quad (I)$$

Para o eixo x: Movimento Uniforme

$$d = V \cdot \cos \theta \cdot t_A \Rightarrow t_A = \frac{d}{V \cdot \cos \theta} \quad (II)$$

Para o eixo y :

$$V_y = V \cdot \sin \theta - \alpha_y \cdot t_A = 0 \quad (III) \text{ ponto A}$$

Substituindo (I) e (II) em (III) teremos

$$0 = V \cdot \sin \theta - \frac{qE}{m} \cdot \frac{d}{V \cos \theta}$$

$$\Rightarrow \sin \theta \cdot \cos \theta = \frac{qEd}{mV^2} \Rightarrow \sin(2\theta) = \left(\frac{2qEd}{mV^2} \right)$$

$$\Rightarrow \theta = \frac{1}{2} \arcsen \left(\frac{2qEd}{mV^2} \right)$$

b) $\epsilon_{cin(B)} = \frac{mV^2}{2} \Rightarrow \epsilon_{cin(B)} = \frac{m \cdot V^2 \cos^2 \theta}{2}$

c) Na região de campo \vec{B} :

$$\vec{F}_{MAG} = \vec{F}_{CENT} \Rightarrow |q| \cdot V_A B \cdot \sin \alpha = \frac{mV^2}{R}$$

$$\Rightarrow q \cdot V \cos \theta \cdot B \cdot 1 = \frac{mV^2}{R}$$

$$R = \frac{m \cdot V \cos \theta}{qB} \quad (IV)$$

Na região de campo \vec{E} :

$$V_y^2 = (V \sin \theta)^2 - 2\alpha \cdot \Delta y = 0 \quad (V) \text{ ponto A}$$

Substituindo (I) em (V) temos:

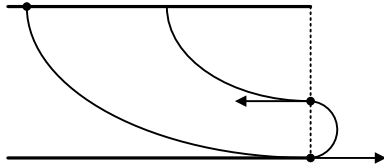
$$\Delta y = \frac{(V_0 \text{sen}\theta)^2}{2 \frac{qE}{m}} = \frac{(V \text{sen}\theta)^2 m}{2qE} \quad (VI)$$

Para que a partícula volte para região entre as placas $2R < \Delta y$ (VII)

Substituindo (IV) e (VI) em (VII)

$$2 \cdot \frac{m V \cos \theta}{qB} < \frac{V^2 \text{sen}^2 \theta \cdot m}{2qE} \Rightarrow B > \frac{4E \cos \theta}{V \cdot \text{sen}^2 \theta}$$

d) A partícula irá chocar-se com as placas



QUESTÃO 9

Um explorador espacial sofreu um acidente e encontra-se em um planeta desconhecido. Entre seus equipamentos, ele dispõe de um telescópio, um dinamômetro, um bloco de massa M conhecida e um fio de comprimento L. O telescópio é composto por uma objetiva e uma ocular com distância focais f e f', respectivamente. O explorador observou a existência de um satélite no céu deste planeta e o telescópio apresentou uma imagem de diâmetro máximo 2r'. Medidas anteriores ao acidente indicavam que o raio deste satélite era, na realidade, R. O astronauta determinou que o período de revolução do satélite em torno do planeta era equivalente a 5000 períodos de um pêndulo improvisado com o bloco e o fio. Se o dinamômetro registra que este bloco causa uma força F sob efeito da gravidade na superfície do planeta, determine:

- a) a massa M em função dos parâmetros fornecidos;
- b) o diâmetro D deste planeta em função dos parâmetros fornecidos.

Dado: constante de gravitação universal = G.

Resolução da questão 9

a) Se a massa M pedida for a massa do bloco, esse item não faz sentido, pois o enunciado diz que M é conhecida. Se a massa pedida for a massa do planeta, o que faria mais sentido, mesmo assim ela não poderia ser isolada em função dos dados, pois a imagem de diâmetro máximo 2r' de uma luneta não existe (ou se for preferível dizer: é infinito), impossibilitando a determinação de uma relação para a distância entre a luneta e o satélite (h) e o seu raio R:

$$\frac{GM_p M_s}{d^2} = M_s \left(\frac{2\pi}{T_s} \right)^2 d$$

$$\Rightarrow T_s = 2\pi \sqrt{\frac{d}{\left(\frac{GM_p}{d^2} \right)}} \quad (\text{período do satélite}) \quad (1)$$

Na qual M_p é a massa do planeta, M_s é a massa do satélite e d a distância entre os centros do planeta e do satélite.

$$T_p = 2\pi \sqrt{\frac{L}{\left(\frac{F}{M} \right)}} \quad (\text{período do pêndulo}) \quad (2)$$

Substituindo-se (1) e (2) em $T_s = 5000T_p$, obtém-se:

$$M_p = \frac{F d^3}{5000^2 GLM}$$

Mas $d = h + \frac{D}{2}$ e h não pode ser determinado com as informações referentes à luneta.

b) A partir da intensidade do campo gravitacional na superfície

$$\left. \begin{aligned} g_{\text{sup}} &= \frac{GM_p}{\left(\frac{D}{2} \right)^2} \\ g_{\text{sup}} &= \frac{F}{M} \end{aligned} \right\} \Rightarrow D = 2 \sqrt{\frac{GM_p M}{F}}$$

Como M_p não pode ser determinado pelos motivos apresentados no item a esse item também fica sem solução.

QUESTÃO 10

A figura ilustra uma empacotadora de papel que utiliza um capacitor de placas quadradas e paralelas para empilhar a quantidade exata de folhas contidas em cada embalagem. Ao atingir a altura limite do bloco de papel, o laser L acoplado à fenda simples F_s projeta os mínimos de intensidade de difração de primeira ordem nos pontos A e B, equidistantes da linha tracejada ED. Sabendo que cada folha de papel possui uma espessura e_f , determine o número de folhas contidas em cada embalagem.

Dados: comprimento de onda do laser = λ ;

largura da fenda simples = a;

distância entre a fenda e a reta AB = 2d;

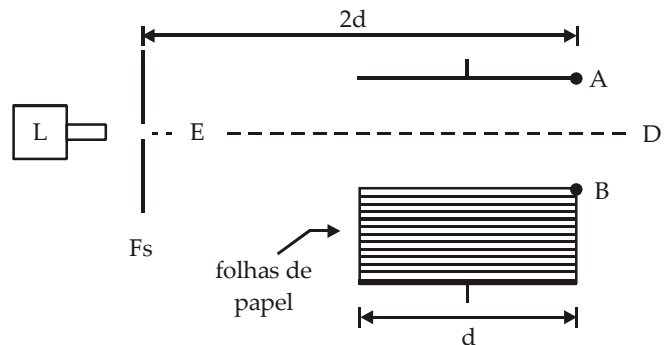
área da superfície das placas do capacitor = d^2 ;

permissividade do vácuo = ϵ_0 ;

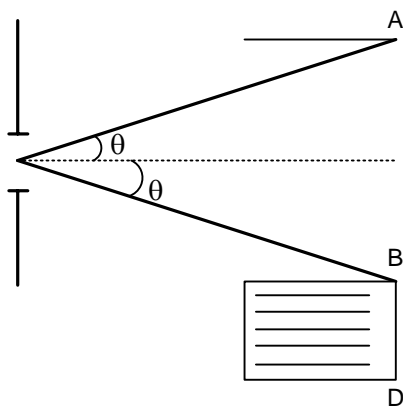
permissividade do papel = ϵ ;

capacitância do capacitor com o limite máximo de folhas de papel = C.

Obs.: despreze o efeito da borda do capacitor.



Resolução da questão 10



Como A e B são mínimos de 1ª ordem, tem-se:

$$\left. \begin{array}{l} a \sin \theta = m \lambda \\ m = 1 \text{ (mínimo de 1ª ordem)} \end{array} \right\} \Rightarrow \sin \theta = \frac{\lambda}{a}$$

$$\text{No caso: } \operatorname{tg} \theta \approx \sin \theta = \frac{\lambda}{a} \quad (1)$$

A partir da figura: $AB = 2 \operatorname{tg} \theta \cdot 2d$

Substituindo-se (1), tem-se

$$AB = 4d \frac{\lambda}{a} \quad (2)$$

A capacitância equivalente do capacitor pode ser escrita como:

$$C = \frac{\frac{\epsilon_0 d^2}{AB} \cdot \frac{\epsilon d^2}{BD}}{\frac{\epsilon_0 d^2}{AB} + \frac{\epsilon d^2}{BD}} \Rightarrow BD = \frac{\epsilon_0 d^2}{C} - \frac{\epsilon AB}{\epsilon_0} \quad (3)$$

O número de folhas N pode ser determinado a partir de (2), (3) e:

$$N = \frac{BD}{e_f} \Rightarrow N = \frac{\epsilon_0 d^2}{e_f C} - \frac{\epsilon AB}{\epsilon_0 e_f} \Rightarrow N = \frac{\epsilon_0 d^2}{e_f C} - \frac{\epsilon 4d \frac{\lambda}{a}}{\epsilon_0 e_f}$$

ou

$$N = \frac{d}{e_f} \left[\frac{\epsilon_0 d}{C} - 4 \frac{\epsilon \lambda}{\epsilon_0 a} \right] \quad (4)$$

Comentário da Prova

A prova estava bem elaborada com enunciados claros e objetivos. Algumas questões exigiram um certo trabalho, mas eram bem mais fáceis que as provas anteriores. Entretanto, a questão 9 apresenta um sério problema de enunciado.

O ALFERES APROVA:

1º LUGAR IME 2006 ATIVA SÃO PAULO:
LEONARDO GUEDES

2º LUGAR IME 2006 ATIVA SÃO PAULO:
BRUNO ALVES

ALFERES,

o curso que mais aprova no IME, na cidade de São Paulo, desde 2002.

Aprovamos em 2002 70% dos alunos na cidade de São Paulo,

2003, 60%

2004, 55%

2005, 60%

2006, 50%

Aprovamos 35 alunos nos últimos 5 anos, somente da unidade de São Paulo.

NESTE SÁBADO,
28/outubro/2006:

Você está convidado a participar da aula de comentário do vestibular do IME pelos professores do ALFERES.
É GRATUITO.

Faça a sua inscrição por telefone.

REVISÃO PARA O ITA:
início, segunda-feira, 30/outubro.

DESCONTOS ESPECIAIS PARA
QUEM PRESTOU O IME.