31) Uma pessoa caminha, ininterruptamente, a partir de um marco inicial, com velocidade constante, em uma pista circular. Ela chega à marca dos 1500 m quando são exatamente 5 horas. Se às 5 horas e 25 minutos ela atinge a marca dos 4000 , é INCORRETO afirmar que

a) a velocidade média da pessoa é 100 m/min
b) para caminhar 2500 m essa pessoa gastou 25 minutos.
c) a pessoa começou a caminhar às 4 horas e 15 minutos.
d) se a pessoa deu 4 voltas completas em 1 hora e 20 minutos, então a pista tem 2 km de comprimento.

RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 31 : ALTERNATIVA C

A velocidade é definida por

$v = \Delta s/\Delta t$ = (4000 – 1500)m / 5h25-5h = 2500 m/25min

Portanto a velocidade é de 100 m/min, se às 5h ela já tinha caminhado 1500 m, então ela começou a caminhar 15 min antes das 5h, ou seja, 4h e 45 min.

32) Apliquei meu capital da seguinte maneira: 30% em caderneta de poupança, 40% em letras de câmbio e o restante em ações. Na 1ª aplicação, lucrei 20%; na 2ª, lucrei 30% e na 3ª perdi 25%. Se o resultado final corresponde a um lucro de x% sobre o capital aplicado, então x é igual a:

a) 7,5 b) 15 c) 10,5 d) 17

RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 32 : ALTERNATIVA C

Seja C o capital aplicado, então:

$30\%.C.1{,}2 + 40\%.C.1{,}3 + 30\%.C.0{,}75 = 0{,}895.C$

Ou seja, x = 1 – 0,895 = 0,105 = 10,5 %.

33) Seja z um número complexo não nulo e i a unidade imaginária ($i^2 = -1$), $z \neq i$. O conjunto de todos os valores de z, para os quais $\dfrac{z+i}{1+i.z}$ é um número real, representa um(a)

a) elipse b) hipérbole c) circunferência d) círculo

RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 33 : ALTERNATIVA C

Seja z = x + y.i um número complexo com x e y reais, y não nulo, então:

$$\frac{z+i}{1+i.z} = \frac{(x+i.(y+1))}{((1-y)+i.x)} \bullet \frac{((1-y)-i.x)}{((1-y)-i.x)} = \frac{2x + i.(1-x^2-y^2)}{(1-y)^2+x^2}$$

Para que este número seja real, basta que

$1 - x^2 - y^2 = 0$, ou seja $x^2 + y^2 = 1$ o que representa uma circunferência de raio 1 e centro (0,0).

34) Sabe-se que o isótopo do carbono, C^{14}, tem uma meia vida de 5760 anos, isto é, o número N de átomos de C^{14} na substância é reduzido a $\dfrac{N}{2}$ após um espaço de tempo de 5760 anos. Essa substância radioativa se degrada segundo a seqüência $N = N_0 2^{-t}$, t {0,1,2,...} em que N_0 representa o número de átomos de C^{14} na substância no instante t = 0 e t é o tempo medido em unidades de 5760 anos. Com base nas informações acima, pode-se dizer que:

a) o número de átomos quando t = 1 era 5760
b) o número de átomos será igual a um terço de N_0 quando decorridos 1920 anos.
c) após 11520 anos haverá a quarta parte do número inicial de átomos
d) quando t = 5760 haverá metade do número inicial.

RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 34 : ALTERNATIVA C

$N = N_0.2^{-t}$

$$N \xrightarrow[5760]{} \frac{N}{2} \xrightarrow[5760]{} \frac{N}{4}$$

2 meias vidas → 11520 anos

35) Classifique em (**V**) verdadeiro ou (**F**) falso cada item a seguir.

( ) O número α de raízes complexas de B(x) = 0 sendo $B(x) = x^{2n+1} + a.x^{2n} + b$ onde a e b são números reais e n é número natural, é $\alpha = 2n + 1$.

( ) Se $A(x) = x^n + 4x + 2$, onde $n \in N$ / n>1, então A(x) = 0 não admite raízes racionais.

( ) Se o polinômio D (x) de grau 3 admite as raízes α, β e γ, então, o polinômio $Q(x) = [D(x)]^2$ admitirá o mesmo conjunto solução.

( ) Se $P(x) = x^{2n+1} + 4.x^n + k$, onde $n \in N$ e $k \in R$, então, P(x) = 0 terá pelo menos uma raiz real.

Tem-se a seqüência correta

a) V-V-V-V b) F-V-V-F c) V-V-F-V d) V-F-F-V

RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 35 : ALTERNATIVA A

Analisando os itens, usando os teoremas cabíveis de polinômios, afirmamos que todos os itens são verdadeiros.

36) Assinale a alternativa correta.

a) Pode –se codificar quinhentos pacientes, por uma palavra de duas letras quando as letras são escolhidas de um alfabeto de 25 letras.
b) Nas calculadoras, os algarismos são frequentemente representados,iluminando-se algumas das setas barras reunidas na forma padrão 8 .O numero de diferentes símbolos que podem ser expressos pelas sete barras é igual a 7! (fatorial de 7)
c) O número de anagramas da palavra ASTRONAUTA é igual a 10!(fatorial de 10)
d) Entre 10 machos e 7 fêmeas de gatos experimentais, foi escolhida uma amostra de dois machos e duas fêmeas. O número de maneiras que isto pode ser feito é igual a 945

RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 36 : ALTERNATIVA D

Na alternativa D, temos: $C_{10,2}.C_{7,2} = \dfrac{10.9}{2} \bullet \dfrac{7.6}{2} = 945$

37) O termo em x^8 no desenvolvimento de $(x-2)^4.(x+1)^5$ é

a) $-32.x^8$ b) $-3.x^8$ c) $72.x^8$ d) $80.x^8$

RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 37 : ALTERNATIVA B

Seja:

$T_{k+1} = \binom{4}{k} x^{4-k}.(-2)^k$ o termo geral de $(x-2)^4$ e

$T_{j+1} = \dfrac{45}{100}$ o termo geral de $(x+1)^5$

O termo geral de $(x-2)^4$. $(x+1)^5$ será $T = \binom{4}{k}\binom{5}{j} x^{9-k-j}(-2)^k(1)^j$

No termo em x^8 temos 9-k-j=8 => k+j=1 (I) obtemos:

K=0 e j=1 $\Rightarrow$ T= $\binom{4}{0}.\binom{5}{1}(-2)^0.(1)^1 x^8 = 5x^8$

K=1 e j=0 $\Rightarrow$ T= $\binom{4}{1}.\binom{5}{0}(-2)^1.(1)^0 x^8 = -8x^8$

Logo, o termo procurado é $5x^8 - 8x^8 = -3x^8$.

38) Numa pesquisa realizada com um grupo de 55 mulheres e 45 homens quanto à preferência de uma (única) modalidade esportiva, obtiveram-se os resultados registrados na seguinte tabela:

	mulheres	homens
Natação	30	30
Vôlei	15	10
basquete	10	05

Escolhidos ao acaso, uma pessoa X do grupo todo pesquisado; um homem H do grupo de homens pesquisados e uma mulher M do grupo de mulheres pesquisadas, é **FALSO** afirmar que a probabilidade de

a) a pessoa X ser homem ou preferir vôlei é 10%
b) a pessoa X ser homem e preferir vôlei é $\dfrac{4}{5}$
c) o homem H preferir natação é igual à probabilidade de a mulher M também preferir natação.
d) a pessoa X preferir natação é 0,6.

RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 38 : ALTERNATIVAS B e C

P(homem) = $\dfrac{45}{100}$; P(vôlei) = $\dfrac{25}{100}$

P(homem e vôlei) = $\frac{10}{100}$

P(homem ou vôlei) = P(homem) + P(vôlei) - P(homem e vôlei)=

$= \frac{45}{100} + \frac{25}{100} - \frac{10}{100} = \frac{60}{100} = \frac{3}{5}$

Se H é escolhido dentre os homens pesquisados então a probabilidade de que prefira natação é $\frac{30}{45}$

Se M é escolhida dentre as mulheres pesquisadas então a probabilidade de que prefira natação é $\frac{30}{55}$

ESTA QUESTÃO DEVERÁ SER ANULADA.

39) Assinale a alternativa INCORRETA

a) Se $C = \begin{bmatrix} 6 & -4 \\ 9 & -6 \end{bmatrix}$, então C^2 é matriz nula.

b) Se $A = \frac{1}{3} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$, então $A^2 = A$

c) Dada uma matriz quadrada T não-nula, a operação $T - T^t$, em que T^t é a matriz transposta de T, tem como resultado uma matriz anti-simétrica.

d) A matriz $M = (m_{ij})_{3x3}$ tal que $m_{ij} = [i.(j+1)]$, sendo $i \in \{1,2,3\}$ e $j \in \{1,2,3\}$, é uma matriz simétrica.

RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 39 : ALTERNATIVA D

Se mij = [i (j+i)] então mij = [j (1+i)]

Para que mij = mij devemos ter:

Logo, mij=mij só para os termos da diagonal principal.

40) Dados $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 9$, $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{vmatrix} = 5$ e det A = - 4, o valor de x em $A = \begin{vmatrix} 0 & 1 & x & 0 \\ 2 & 1 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}$ é

a) - 13/5 b) -1 c) 2 d) 1

RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 40 : ALTERNATIVA D

Calculando deta pelo teorema de Laplace a parte da primeira linha:

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & x & 0 \\ 2 & 1 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 1.(-1)^{1+2}.\begin{vmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{vmatrix} + x.(-1)^{1+3}.\begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{vmatrix} = -4$$

e -9 + x.5 = -4 $\Rightarrow$ x=1

41) Seja o sistema de equações $S = \begin{cases} x + 3y - 4z = 0 \\ 3x + y = a \\ 4x + bz = 0 \end{cases}$ em que a e b são números reais. É correto afirmar que

a) se a = 0, existe b tal que S é impossível.

b) se b = 1 e a = 1, o sistema tem mais de uma solução.

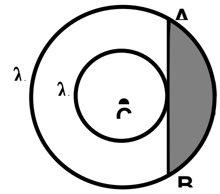
c) se b é tal que $\begin{vmatrix} 1 & 3 & -4 \\ 3 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & b \end{vmatrix} \neq 0$, o sistema terá uma única solução, qualquer que seja o valor de a.

d) se a = 0, o sistema possui somente a solução trivial.

RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 41 : ALTERNATIVA C

Se D = $\begin{vmatrix} 1 & 3 & -4 \\ 3 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & b \end{vmatrix}$ é o determinante da matriz dos coeficientes do sistema, então se D $\neq$ 0, pelo teorema de Cramer, o sistema terá solução única.

42) No plano cartesiano, a figura abaixo representa duas circunferências concêntricas λ_1 e λ_2, cujo centro é o ponto C. Sabe-se que λ_1 é contorno de um circulo representado pela equação $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 \leq 4$ e que $\overline{AB}$, que mede 8 cm, é corda da circunferência maior λ_2. Considerando também que $\overline{AB}$ é tangente a λ_1, classifique em **(V)** verdadeira e **(F)** falsa, cada proposição a seguir.



( ) λ_1 é tangente ao eixo das abscissas.

( ) A soma das coordenadas de A e B é um número maior que 5

( ) A região sombreada é representada por $\begin{cases} x \geq 3 \\ (x-1)^2 + (y+2)^2 \leq 20 \end{cases}$

( ) A reta (t) $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = \frac{t}{2} \end{cases}$ é perpendicular à reta que passa pelos pontos A e C

A seqüência correta é

a) V – F – V – V b) V – V – F – F

c) V – F – F – V d) F – V – V – F

RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 42 : ALTERNATIVA A

A partir da figura, analisemos os itens propostos.

(V) O centro de λ_1 é C = (1, -2) e r_1 = 2. Como $|y_C| = r_1$ então λ_1 é tangente ao eixo das abscissas.

(F) M tem a mesma ordenada de C e CM = r_1 = 2. Logo, M = (3, -2).

A e B tem a mesma abscissa de M e AM = MB = 4. Assim: A = (3, 2) e B = (3, -6). A soma das coordenadas de A e B é dada por 3 + 2 + 3 + (-6) = 2.

(V) A região à direita do segmento AB é dada por x $\geq$ 3

Na circunferência λ_2 obtemos r_2 pelo teorema de Pitágoras:

$r_2^2 = AM^2 + CM^2 \Rightarrow r_2 = \sqrt{20}$.

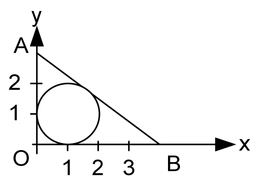
A região interna de será dada então por: $(x-1)^2 + (y+2)^2 \leq 20$

(V) Seja (r) a reta que passa pelos pontos A e B. Seu coeficiente angular é dado por $m_r = \frac{AM}{CM} = \frac{4}{2} = 2$

Na reta (t) temos t = 1 – x, logo y = $\frac{1-x}{2}$. Assim: $m_t = -\frac{1}{2}$

Como $m_r.m_t = -1$, as retas (r) e (t) são perpendiculares.

43) Seja λ uma circunferência inscrita em um triângulo retângulo AOB cujos catetos estão sobre os eixos cartesianos e medem 3 cm e 4 cm, conforme a figura abaixo.



É INCORRETO afirmar que

a) O ponto de λ mais próximo da origem tem a soma das coordenadas igual a 2 - $\sqrt{2}$

b) a área da região sombreada é menor que 3 cm ^{2}

c) O conjunto de pontos do plano cartesiano eqüidistantes de A e B é representado por 8 x – 6 y – 7 =0

d) a região sombreada é definida por $\begin{cases} y \geq 0 \\ x \geq 0 \\ 3x + 4y \leq 1 \\ (x-1)^2 + (y-1)^2 \geq 1 \end{cases}$

RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 43 : ALTERNATIVA D

A região sombreada está limitada ao primeiro quadrante ($x \geq 0, y \geq 0$), abaixo da reta que passa por A e B (3x+4y $\leq$ 3) e exterior à circunferência λ [$(x-1)^2 + (y-1)^2 \geq 1$]

44) Classifique em VERDADEIRO ou FALSO cada item a seguir.
(2) A parábola cuja equação é $x^2 - 4y = 0$ tem diretriz representada pela reta $y + 1 = 0$ e foco coincidente com o baricentro do triângulo ABC, onde A é a origem do sistema cartesiano, B (2,3) e C (-2,0)
(3) O conjunto de pontos representados pela equação $x^2 - y^2 + x + y = 0$ é uma hipérbole eqüilátera que NÃO tem centro na origem do sistema cartesiano.
(8) Na elipse $16x^2 + 64y^2 = 1$ a medida do eixo vertical é 50% da medida do eixo horizontal.
(16) Existem apenas 4 números inteiros entre os valores de k, para os quais o vértice da parábola $y^2 = 4x + 1$ é ponto exterior à circunferência $x^2 + y^2 - 2x + 4y + k = 0$

A soma dos itens VERDADEIROS é um número do intervalo

a) [22,30[b) [10, 16[c) [16, 22[d) [2,10[

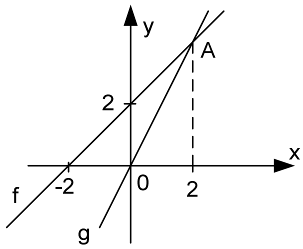
RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 44 : ALTERNATIVA B
(2) Verdadeiro Uma parábola de vértice $V = (x_0, y_0)$, parâmetro p e eixo de simetria vertical tem a seguinte equação reduzida:
$(x - x_o)^2 = 2p(y - y_0)$

Como, no caso, $y = \frac{x^2}{4}$, então $x_0 = y_0 = 0$, ou seja, V = (0,0) e o parâmetro é p = 2.
Como o vértice é o ponto médio do segmento que une o foco F e a diretriz (d) da parábola, então:
F = (0,1) e (d): y = - 1
Finalmente, o baricentro de um triângulo de vértices A = (0,0), B = (2,3) e C = (-2,0) é dado por G = $\left(\frac{0+2-2}{3}, \frac{0+3+0}{3}\right)$ = (0,1)

(3) Falso
$$x^2 - y^2 + x + y = 0 \Rightarrow (x^2 + x + \frac{1}{4}) - (y^2 - y + \frac{1}{4}) = \frac{1}{4} - \frac{1}{4} \Rightarrow$$
$$\left(x+\frac{1}{2}\right)^2 - \left(y-\frac{1}{2}\right)^2 = 0 \quad \left(x+\frac{1}{2}\right)^2 = \left(y-\frac{1}{2}\right)^2$$
$x+\frac{1}{2} = y-\frac{1}{2}$ ou $x+\frac{1}{2} = -(y-\frac{1}{2})$, que são as equações de duas retas.
(8) Verdadeiro
$\frac{x^2}{\frac{1}{16}} + \frac{y^2}{\frac{1}{64}} = 1 \Rightarrow a = \sqrt{\frac{1}{16}} = \frac{1}{4}$ e $b = \sqrt{\frac{1}{64}} = \frac{1}{8}$. Como o eixo horizontal mede 2a e o horizontal 2b, a razão procurada vale $\frac{2b}{2a} = \frac{1/8}{1/4} = \frac{1}{2}$
(16) FALSA Verdadeiro
Essa parábola é simétrica em relação a eixo das abscissas. Para encontrar o seu vértice, façamos y = 0 em sua equação:
$X_v = -\frac{1}{4} \Rightarrow V = \left(-\frac{1}{4}, 0\right)$.
Passando a equação da circunferência para a forma reduzida temos:
$$x^2 + y^2 - 2x + 4y + k = 0 \Rightarrow x^2 - 2x + 1 + y^2 + 4y + 4 = 1 + 4 - k$$
$$(x-1)^2 + (y+2)^2 = 5 - k$$
Logo, trata-se de uma circunferência de centro C = (1, -2) e raio $r = \sqrt{5-k}$. Para que o vértice da parábola seja exterior à circunferência devemos ter:
$d_{V,C} > r \quad \sqrt{\frac{89}{16}} > \sqrt{5-k} \quad \frac{89}{16} > 5 - k > 0$
Os valores de K são {0, 1, 2, 3, 4}

ALFERES VESTIBULARES ALFERES VESTIBULARES

45) No gráfico abaixo estão representadas as funções reais f e g sendo $A = f \cap g$

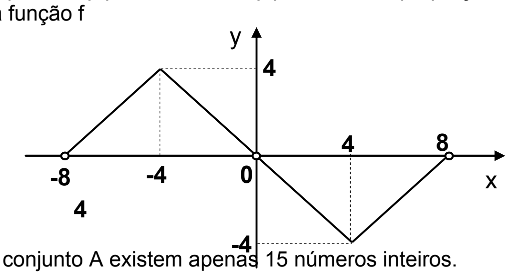


É FALSO afirmar sobre as mesmas funções que
a) $(fog)(x) \geq 0 \Rightarrow g(x) \geq -2$
b) se $s(x) = \sqrt{\frac{-1}{[f(x)]^{100}.[g(x)]^{101}}}$, então o domínio de s é dado por $R_-^* - \{-2\}$
c) o gráfico da função j definida por $j(x) = \frac{f^{-1}(x)}{g^{-1}(x)}$ possui pontos no 4º quadrante.
d) se h : R → B tal que h(x) = f(x).g(x), então h será bijetora se B = [- 2, + ∞[

RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 45 : ALTERNATIVA D
A partir dos gráficos dados, concluímos que f(x) = x + 2 e g(x) = 2x
Sendo assim: $h(x) = (f.g)(x) = 2x(x+2) = 2(x^2 + 2x)$
O gráfico de h(x) é uma parábola, e como seu domínio é o conjunto $\mathbb{R}$, h não é injetora.

ALFERES VESTIBULARES ALFERES VESTIBULARES

46) No gráfico abaixo está representada a função real f: A → B. Classifique em **(V)** verdadeira e **(F)** falsa cada proporção a seguir sobre a função f



( ) No conjunto A existem apenas 15 números inteiros.
( ) Se B = [-4, 4], então f é sobrejetora, mas não é injetora.
( ) A composta (fofofo...f)(4) ou f(-4)
( ) f é função par.

Tem-se, então, a seqüência correta
a) F – V – F – V b) V – F – V – F
c) F – F – V – V d) V – V – F – F

RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 46 : ALTERNATIVA B
(V) No intervalo aberto]-8,8[há 15 números inteiros.
(F) A função f não é sobrejetora, pois não há $x \in A$ tal que f(x) = 0
(V) Como f(4) = - 4 e f(-4) = 4, então (fofofo...)(4) = 4 ou – 4
(F) Uma função par tem gráfico simétrico em relação ao eixo das ordenadas.

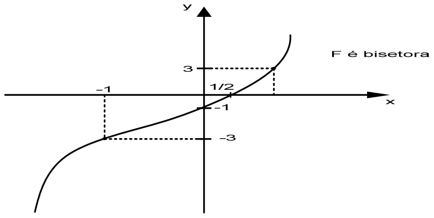
ALFERES VESTIBULARES ALFERES VESTIBULARES

47) A função f definida por $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x + 7, & x \geq 2 \\ 2x - 1, & \text{se } -1 < x < 2 \\ -x^2 - 2x - 4, & \text{se } x \leq -1 \end{cases}$

a) não admite inversa porque não é injetora
b) não admite inversa porque existem valores de x com várias imagens.
c) admite inversa e uma das sentenças que define a mesma é $y = -1 - \sqrt{-x-3}$ se $x \leq -3$
d) admite inversa f^{-1} tal que $f^{-1}(--5) = --2$

RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 47 : ALTERNATIVA C

$$f(x)=\begin{cases}(x-2)^2+3,\ x\geq 2\\ 2x-1,\ -1<x<2\\ -(x+1)^2-3,\ x\leq -1\end{cases}$$



c) Para $x \leq -1$, temos que:
admite inversa (f é bisetora), f(x) = $-(x+1)^2-3$, então a inversa é dada por:

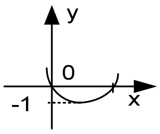
$x = -(y+1)^2-3 \therefore$ $-x-3 = (y+1)^2$ $\Rightarrow$ $y=-\sqrt{-x-3}-1$,
pois $y + 1 \leq 0$ e $-x - 3 \geq 0$, para $x \geq -3$ e $y \leq -1$.

As alternativas A, B e D são falsas.

ALFERES VESTIBULARES ALFERES VESTIBULARES

48) Analise as alternativas abaixo e marque a **FALSA.**

a) Se a função f: R→ R é tal que f(x) = ax + b, f(3) = 0 e f(π) > 0, então f é crescente em todo seu domínio.
b) Se o gráfico da função quadrática f definida por
$f(x) = x^2 + k.x + m$ é o da figura abaixo, então k - m = -2

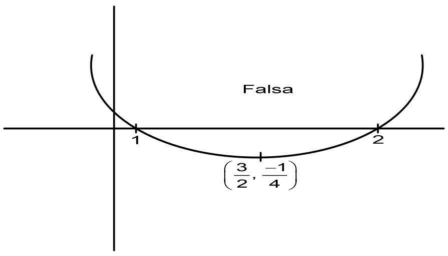


c)Seja f: R→ R é tal que $f(x) = x^2 - 3x + 2$ e A um subconjunto do domínio de f. Se f é crescente em A e f(x) ≥ 0 em A, então A = [1,2]

d) Se na função f: R→ R é tal que $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a\neq 0$) $c=\dfrac{b^2}{4.a}$, então, necessariamente, o gráfico da função f é tangente ao eixo das abscissas.

RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 48 : ALTERNATIVA C

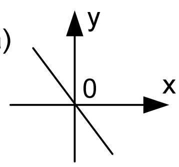
$F(x) = x^2 - 3x + \dfrac{9}{4} + 2 - \dfrac{9}{4} \Rightarrow f(x) = \left(x-\dfrac{3}{2}\right)^2-\dfrac{1}{4}\,;\,(x_v,y_v)=\left(\dfrac{3}{2},\dfrac{-1}{4}\right)\therefore$

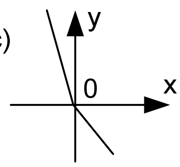


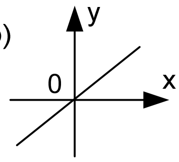
Basta analisas o gráfico e ver que para $x\in A=[1,2]$; $f(x)\leq 0$.

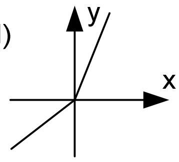
ALFERES VESTIBULARES ALFERES VESTIBULARES

49) As funções reais f e g são tais que f(x) = |x| - 2 e g(x) = f(2x) + f(|x|). A melhor representação gráfica de g é

a)


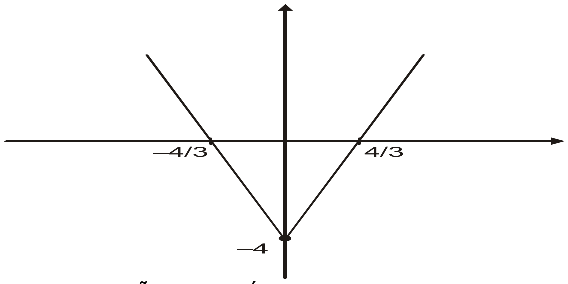
c)


b)


d)


RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 49 : SEM ALTERNATIVA
Sendo f(x) = |x| - 2 e g(x) = f(2x) + f(x), então g(x) = |2x| - 2 + |x| - 2
$\Rightarrow$ g(x) = 3|x| - 4
Observa-se então que g(0) = - 4 e, portanto, não há nenhum gráfico correto, pois em todos eles g(0) = 0.

$$g(x)=\begin{cases}3x-4,\ x\geq 0\\ -3x-4,\ x<0\end{cases}$$



ESTA QUESTÃO DEVERÁ SER ANULADA.

ALFERES VESTIBULARES ALFERES VESTIBULARES

50) Sobre a função real definida por

$$f(x)=\begin{cases}2x^2+|x|-3,\ \text{se}\ \ x\leq -1\ \text{ou}\ x\geq 1\\ \sqrt{(1-x)^2},\ \text{se}\ -1<x<1\end{cases}$$, pode-se dizer que

a) tem valor máximo igual a 1
b) f(x) $\geq$ 7 $\Leftrightarrow$ x $\geq$ 2 ou x $\leq$ -2
c) f(x) > 0, $\forall$ x $\in\Re$
d) se –1 < x < 1, então 0 < y $\leq$ 1

RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 50 : ALTERNATIVA B

O intervalo $x \geq 2$ ou $x \leq -2$ é equivalente a $|x| \geq 2$. Nele, a função f é dada por $f(x)=2x^2+|x|-3 = 2|x|^2+|x|-3 =$
$2(|x|^2+\dfrac{|x|}{2}+\dfrac{1}{16})-\dfrac{1}{8}-3 = 2\left[(|x|^2+\dfrac{1}{4})^2-\dfrac{25}{8}\right]$
Como $|x| \geq 2$, então:
$f(x) = 2\left[(|x|^2+\dfrac{1}{4})^2-\dfrac{25}{8}\right] \geq 2\left[(2^2+\dfrac{1}{4})^2-\dfrac{25}{8}\right] = 7$

ALFERES VESTIBULARES ALFERES VESTIBULARES

51) De acordo com Richter (1935), a energia E (medida em joules) liberada por um terremoto de magnitude M, obedece à equação
M = 0,67 . log E - 3,25
Baseando-se nisso, é FALSO afirmar que (adotar log2=0,3)

a) se a energia de $2{,}0.10^{12}$ joules equivale à de uma bomba atômica como a lançada sobre Hiroshima, então, o valor da magnitude de um terremoto cuja energia liberada equivale a 2000 bombas atômicas como a lançada sobre Hiroshima, é um intervalo de]7; 7,3]
b) o acréscimo de 0,67 unidades na magnitude de um terremoto na escala Richter corresponde a um terremoto cerca de 10 vezes mais intenso em termos de energia liberada
c) o crescimento na magnitude de terremotos na escala Richter, acarreta um aumento exponencial da energia liberada.
d) a energia de $2{,}0.10^{12}$ joules (equivalente à de uma bomba atômica como a lançada sobre Hiroshima) corresponde à ocorrência de um terremoto de magnitude superior a 5 pontos na escala Richter

RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 51 : ALTERNATIVA D
M(E) = 0,67.log E – 3,25
Se $E = 2.10^{12}$, então:

$M(2.10^{12}) = 0,67.\log(2.10^{12}) - 3,25 = 0,67\ (12 + \log 2) - 3,25 = 4,991 < 5$ pontos.

52) Dada a função real f tal que $f(x) = \sqrt{-\log x} + \sqrt{-\dfrac{e^x + 1}{x^2 - 4}}$, onde e=2,71...é a base de logaritmos neperianos, é correto afirmar que o conjunto D, domínio de f é igual a

a) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 1\ e\ x \neq 2\}$ b) $\{x \in \mathbb{R}^* \mid -2 < x < 2\}$

c) $\{x \in \mathbb{R} \mid x < -2\ ou\ x > 2\}$ d) $\{x \in \mathbb{R}_+^* \mid x \leq 1\}$

RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 52 : ALTERNATIVA D

Sendo $f(x) = \sqrt{-\log x} + \sqrt{\dfrac{-(e^x + 1)}{x^2 - 4}}$, o domínio é restringido pelo par de inequações:

$$\begin{cases} -\log x \geq 0 \\ \dfrac{-(e^x + 1)}{x^2 - 4} \geq 0 \end{cases}$$

Da primeira, temos $x > 0$ (Condição de existência do logaritmo) e $x \leq 1$. Logo: $0 < x \leq 1$ (I)

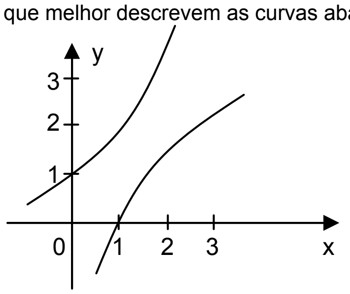
Da segunda, observamos que $e^x + 1$ é sempre positivo e, portanto, seu oposto é sempre negativo. Para que o quociente seja positivo o denominador deverá também ser negativo (e não-nulo). Logo:

$x^2 - 4 < 0 \Rightarrow -2 < x < 2$ (II)

Da interseção de (I) e (II), obtemos:

$S = \{ x \in \mathbb{R} \mid 0 < x \leq 1\} = \{ x \in \mathbb{R}_+^* \mid x \leq 1\}$

53) As funções que melhor descrevem as curvas abaixo são



a) $y = -\log_a x$ e sua inversa, sendo $0 < a < 1$
b) $y = \log_a(2x)$ e sua inversa, sendo $a > 1$
c) $y = a^x$ e sua inversa, sendo $a > 0$
d) $y = \log_a(x+1)$ e sua inversa, sendo $a > 1$

RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 53 : ALTERNATIVA A

Os gráficos representam duas funções inversas uma da outra, pois são simétricos em relação à bissetriz dos quadrantes ímpares. Supondo $f(x) = -\log_a x$ e $0<a<1$ teremos uma função crescente, com $f(1) = 0$ e gráfico semelhante ao da curva inferior da figura. Os itens b e d são falsos pois $f(1) \neq 0$. O item c é falso pois se $0 < a < 1$, a função exponencial $y = a^x$ é decrescente.

54) Classifique em **(V)** verdadeira ou **(F)** falsa cada afirmativa abaixo.

I- O domínio da função real f definida por $f(x) = \arccos \dfrac{1}{x - 1}$ é o conjunto $\{x \in R \mid x \leq 0$ ou $x \geq 2\}$

II- No intervalo $[0,2\pi]$ o gráfico da função real $y = -2\ \text{sen}^3\ x$ corta o eixo x um número ímpar de vezes

III- A função real f: $A \rightarrow [0,1]$ tal que $f(x) = \text{sen}^2(2x)$ admite inversa, se $A = \left[\dfrac{\pi}{4}, \dfrac{\pi}{2}\right]$

Conclui-se que são verdadeiras

a) apenas I e III c) apenas II e III
b) I, II e III d) apenas I e II

RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 54 : ALTERNATIVA B

I) Verdadeiro

O domínio de f é definido por $-1 \leq \dfrac{1}{x-1} \leq 1$:

$$\begin{cases} -1 \leq \dfrac{1}{x-1} \Rightarrow \dfrac{1}{x-1} + 1 \geq 0 \Rightarrow \dfrac{x}{x-1} \geq 0 \Rightarrow x \leq 0 \text{ ou } x > 1 \\ \dfrac{1}{x-1} \leq 1 \Rightarrow \dfrac{1}{x-1} - 1 \leq 0 \Rightarrow \dfrac{2-x}{x-1} \leq 0 \Rightarrow x < 1 \text{ ou } x \geq 2 \end{cases}$$

Da interseção de (I) e (II), obtemos: $D = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 0 \text{ ou } x \geq 2\}$

II) Verdadeiro

As raízes de $y = -2\text{sen}^3 x$, no intervalo $[0,2\pi]$: 0, π e 2π

III) Verdadeiro

No domínio e contradomínio dados a função é sobrejetora e injetora. Portanto, admite inversa

55) Analise as proposições seguintes e classifique-as em (V) verdadeiras ou (F) falsas

( ) Se o ponteiro dos minutos de um relógio mede 10cm, então a distância que sua extremidade percorre em 30 minutos é de aproximadamente 31,4cm.

( ) O domínio da função real f definida por $f(x) = \sec x + \text{cossec}\, x$ é o conjunto $D = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x \neq k\dfrac{\pi}{2},\ com\ k \in Z \right\}$

( ) A equação $\cos x \cdot \text{tg}x - \cos x = 0$ possui 4 raízes no intervalo $[0, 2\pi]$

( ) O período e a imagem da função trigonométrica f definida por $f(x) = 2.\cos^2 x - 2\text{sen}^2 x$, são respectivamente iguais a 2π e $[2, 2\pi]$

a)F – F – V – V c) F – V – F – V
b) V – V – F – F d) V – V – V – F

RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 55 : ALTERNATIVA B

1) V $\Rightarrow$ $\Delta\vartheta = \pi$rad (meia volta em 30min.)

$\Delta S = \Delta\vartheta \cdot R \Rightarrow \Delta S = 10\pi \Rightarrow \boxed{\Delta S \simeq 31{,}4\text{cm}}$

2) V $\Rightarrow$ Domínio da função sec x = $\left\{x \in \mathbb{R} \,\middle|\, x \neq \dfrac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$

Domínio da função cossec x = $\{x \in \mathbb{R} \mid x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

Portanto, domínio de f(x) = $\left\{x \in \mathbb{R} \,\middle|\, x \neq \dfrac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$

3) F $\Rightarrow$ cos x tg x – cos x = 0

cos x (tg x – 1) = 0

tg x = 1 $\Rightarrow$ x = $\dfrac{\pi}{4}$ ou $\dfrac{5\pi}{4}$

cós x = 0 $\Rightarrow$ x $\dfrac{\pi}{2}$ ou $\dfrac{3\pi}{2}$ $\rightarrow$ não convém

pois tg x não está definida para x = $\dfrac{\pi}{2}$ e $\dfrac{3\pi}{2}$

4) F $\Rightarrow$ $f(x) = 2\cos^2 x - 2\ \text{sen}^2\ x = 2\cos 2x$

Período de f(x) = π.

Sequência: V-V-F-F

56) Considere $\{a, b, c, d\} \subset \mathbb{R}$ e as funções reais *f* e *g* tais que $f(x) = a + b.\cos(cx + d)\ e\ g(x) = a + b.tg(cx + d)$. Sabendo-se que *a, b, c* e *d* formam, nessa ordem, uma P.G. cuja soma dos termos é $-\dfrac{20}{9}$ e o primeiro termo é $\dfrac{1}{9}$ é correto afirmar que

a) a função g está definida para $x = \dfrac{3(\pi + 2)}{2}$

b) o período da função é 2π

c) o conjunto da imagem da função f é $\left[-\dfrac{4}{9}, \dfrac{4}{9}\right]$

d) a função g é crescente para $x \in \geq \left]\dfrac{3\pi + 6}{2}, \dfrac{5\pi + 6}{2}\right[$

RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 56 : SEM ALTERNATIVA

Sabemos que: $S_4 = \frac{-20}{9} \Rightarrow a_1.\frac{(q^4-1)}{q-1} = -\frac{-20}{9}$

Manipulando a equação anterior temos: $(q-1)(q^3+q^2+q+21) = 0$

Como $q \neq 1$. conclui-se que: $\boxed{q = -3}$

Logo: $a = \frac{1}{9}$; $b = \frac{-3}{9}$; $c = 1$; $d = -3$

Portanto: $f(x) = \frac{1}{9} - \frac{3}{9}$ cós.$(x-3)$

$g(x) = \frac{1}{9} - \frac{3}{9}$ tg $(x-3)$

Domínio de g(x): $x \neq \frac{\pi}{2} + 3 + k\pi \Rightarrow$ Fazendo k=1, nota-se que g(x) $\neq \frac{3(\pi+2)}{2} \Rightarrow$ Alternativa A é falsa.

Conjunto imagem de f $\Rightarrow$ Imf $= \left[\frac{-2}{9}, \frac{4}{9}\right] \Rightarrow$ alternativa C é falsa.

A função g(x) é sempre decrescente em $\left]\frac{+3\pi+6}{2}, \frac{5\pi+6}{2}\right[$, logo a função $-\frac{3}{9}$. Tg $(x-3)$ é decrescente neste intervalo $\Rightarrow$ alternativa D é a falsa

Período de f(x): 2π

Período de g(x): π

$\Downarrow$

Como não foi especificado a função na alternativa B, não podemos jungar se ela é verdadeira ou falsa. Sendo assim, consideramos que esta questão deverá ser **ANULADA**

57) Um triângulo retângulo está circunscrito a um círculo de raio 15m e inscrito em um círculo de raio 37,5m. A aérea desse triangulo, em m^2, mede

a)1350 b)750 c)1050 d)350

RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 57 : ALTERNATIVA A

Na figura temos:

(I) x + y = 75 (hipotenusa do triângulo)

(II) $(15+x)^2 + (15+y)^2 = 75^2$ (Teorema de Pitágoras)

(III) $\frac{(x+15).(15+y)}{2} = S$ (S é a área do triângulo)

Fazendo (II) + 4(III):

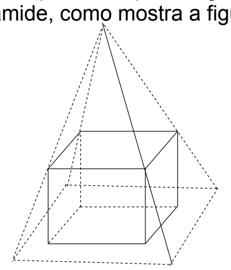
$(15+x)^2 + 2(x+15).(15+y) + (15+y)^2 = 75^2 + 4S$

$[(15+x)+(15+y)]^2 = 75^2 + 4S$, De (I):

$105^2 = 75^2 + 4S$

$S = \frac{105^2 - 75^2}{4} = \frac{(105-75)(105+75)}{4} = \frac{30.180}{4} = 1350$

58) Um cubo tem quatro vértices nos pontos médios das arestas laterais de uma pirâmide quadrangular regualr, eos outros quatro na base da pirâmide, como mostra a figura abaixo.

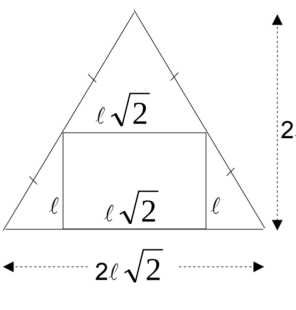


A razão entre os volumes do cubo e da pirâmide é

a) 3/4 b) 1/2 c) 1/8 d) 3/8

RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 58 : ALTERNATIVA D

Corte na diagonal da base



$\Rightarrow a\sqrt{2} = 21\sqrt{2}$

• $v_p = \frac{2a^2\ell}{3}$

• $v_c = \ell^3$

$$\frac{v_p}{v_c} = \frac{\ell^3}{\frac{2a^2\ell}{3}} = \frac{3\ell^2}{2a^2} = \frac{3\ell^2}{2.4\ell^2} = \frac{3}{8}$$

59) Num cone reto, a medida do raio da base, da altura, e da geratriz estão, nessa ordem, em progressão aritmética de razão igual a 1. Sabendo-se que a soma destas medidas é igual a 12dm e que a área total da superfície deste cone é igual à área da superfície de uma esfera, a medida do raio da esfera, em dm, é:

a) $\sqrt{6}$ b) $\frac{\sqrt{15}}{2}$ c) $\sqrt{5}$ d) 2

RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 59 : ALTERNATIVA A

(r, h, g) PA razão = 1

$S_3 = 12$

Como $S_3 = 12 \Rightarrow 3h = 12 \Rightarrow \boxed{h = 4dm}$

Sendo a razão unitária, temos: $\boxed{r = 3dm}$ e $\boxed{h = 5dm}$

Área total do cone (A_c): $A_c = \pi rg + \pi v^2 \Rightarrow \boxed{A_c = 24\pi\, dm^2}$

Área da superfície esférica (A_E): $A_E = A_c \Rightarrow$ $4\pi R_E^2 = 24\pi$; $R_E^2 = 6$

$\boxed{R_E = \sqrt{6}dm}$

60) Considere um triangulo retângulo inscrito em uma circunferência de raio R, tal que a projeção de um dos catetos sobre a hipotenusa mede, em cm, $\frac{R}{m}$ $(m \geq 1)$. Considere a esfera gerada pela rotação desta circunferência em torno de um de seus diâmetros. O volume da parte desta esfera, que não pertence ao sólido gerado pela rotação do triângulo em torno da hipotenusa, em cm^3, é dado por:

a) $\frac{2}{3}\pi.R^3.\left[1+\left(\frac{m-1}{m}\right)^2\right]$ b) $\frac{2}{3}\pi.R^3.\left[1-\left(\frac{m+1}{m}\right)^2\right]$

c) $\frac{2}{3}\pi.R^3.\left(\frac{m+1}{m}\right)^2$ d) $\frac{2}{3}\pi.R^3.\left(\frac{m-1}{m}\right)^2$

RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 60 : ALTERNATIVA A

Pelas relação métricas em um triângulo retângulo, temos:

$h^2 = \frac{R}{m}.\left(2R - \frac{R}{m}\right) \Rightarrow h^2 = \frac{R^2}{m}\left(2 - \frac{1}{m}\right)$

O Volume da esfera é $\frac{4}{3}\pi R^3$

O Volume obtido pela rotação do triângulo retângulo em torno da hipotenusa pode ser decomposto em dois cones de alturas $\frac{R}{m}$ e $2R - \frac{R}{m}$ e raios da base iguais a h.

Logo, tal volume seria dado por V = $\frac{\pi}{3}h^2\left(\frac{R}{m} + 2R - \frac{R}{m}\right) = \frac{\pi}{3}h^2 2R$ = $\frac{\pi}{3}\frac{R^2}{m}\left(2 - \frac{1}{m}\right)2R$ = $\frac{2\pi R^3}{3}\left(1 + \left(\frac{m-1}{m}\right)^2\right)$

COMENTÁRIO DA PROVA DE MATEMÁTICA:

Parabenizamos a banca examinadora pelo alto nível da prova de Matemática deste ano. É uma renovação para melhor, acreditamos que a prova foi trabalhosa para os alunos, apesar de não ser difícil.

Infelizmente, lamentamos a falta de cuidado na elaboração das questões 38, 49 e 56. Pedimos a banca examinadora que anule estas questões.

A prova estava mais fácil que a do ano passado, mas algumas questões poderiam induzir o estudante desatento ao erro. As questões foram bem distribuídas, cobrindo praticamente todo o conteúdo programático. Foi uma prova bem elaborada e que conseguirá selecionar os candidatos mais bem preparados."