

- 31)** Considere o número complexo $z = \frac{1}{2} - \frac{i\sqrt{3}}{2}$ e calcule z^n . No conjunto formado pelos quatro menores valores naturais de n para os quais z^n é um número real,
- existem números que estão em progressão aritmética de razão igual a 4.
 - há elementos cuja soma é igual a 30.
 - existe um único número ímpar.
 - existe apenas um elemento que é número primo.

RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 31 : ALTERNATIVA D

$$z = \frac{1}{2} - \frac{i\sqrt{3}}{2} \Rightarrow |z| = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = 1 \Rightarrow$$

$$z = |z|(\cos\theta + i\text{sen}\theta) = 1\left(\cos\left(\frac{5\pi}{3}\right) + i\text{sen}\left(\frac{5\pi}{3}\right)\right) \Rightarrow$$

$$z^n = |z|^n(\cos(n\theta) + i\text{sen}(n\theta)) = 1^n\left(\cos\left(\frac{5n\pi}{3}\right) + i\text{sen}\left(\frac{5n\pi}{3}\right)\right)$$

$$z^n = \cos\left(\frac{5n\pi}{3}\right) + i\text{sen}\left(\frac{5n\pi}{3}\right)$$

Para que z^n seja real é necessário que $\text{sen}\left(\frac{5n\pi}{3}\right) = 0 \Rightarrow$

$$\text{sen}\left(\frac{5n\pi}{3}\right) = \text{sen}(k\pi) \Rightarrow \frac{5n\pi}{3} = k\pi \Rightarrow n = \frac{3k}{5}$$

- Como n é inteiro, para $k = 0; 5; 10$ e 15 temos $n = 0; 3; 6$ e 9 . Desse modo, temos que:
- Incorreta**, pois a razão da progressão aritmética é 3.
 - Incorreta**, pois não é possível obter soma 30 com as soluções.
 - Incorreta**, pois existem 2 números ímpares nas soluções.
 - Correta** pois só há um número primo entre as soluções (3)

ALFERES VESTIBULARES

- 32)** Analise as afirmativas abaixo referentes aos números complexos $z = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$ e $w = 1 - i$

- $|z| \cdot w^{10}$ é um número imaginário puro.
- O afixo de w^{-1} é o ponto $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$
- A forma trigonométrica de $\bar{z} = \cos\left(\frac{11\pi}{6}\right) + i\text{sen}\left(\frac{11\pi}{6}\right)$
- As raízes quartas de w são vértices de um quadrado inscrito numa circunferência de centro na origem e raio $r = \sqrt[4]{2}$.

Somando-se os números associados às afirmativas verdadeiras obtém-se um total t , tal que

- $t \in [1,4]$
- $t \in [5,8]$
- $t \in [9,12]$
- $t \in [13,15]$

RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 32 : ALTERNATIVA B

$$z = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2} \Rightarrow |z| = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = 1$$

$$w = 1 - i \Rightarrow |w| = \sqrt{1^2 + (-1)^2} = \sqrt{2} \Rightarrow$$

$$w = |w|(\cos\theta + i\text{sen}\theta) = \sqrt{2} \cdot \left(\cos\left(\frac{7\pi}{4}\right) + i\text{sen}\left(\frac{7\pi}{4}\right)\right) \Rightarrow$$

$$(01) |z| \cdot w^{10} = 1 \cdot (\sqrt{2})^{10} \cdot \left(\cos\left(\frac{70\pi}{4}\right) + i\text{sen}\left(\frac{70\pi}{4}\right)\right)$$

$$|z| \cdot w^{10} = 32 \cdot \left(\cos\left(\frac{3\pi}{2}\right) + i\text{sen}\left(\frac{3\pi}{2}\right)\right) = -32i$$

$$(02) w = |w| \cdot e^{i\theta} = \sqrt{2} \cdot e^{i\frac{7\pi}{4}} \Rightarrow$$

$$w^{-1} = (\sqrt{2})^{-1} \cdot e^{-i\frac{7\pi}{4}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \left(\cos\left(-\frac{7\pi}{4}\right) + i\text{sen}\left(-\frac{7\pi}{4}\right)\right)$$

$$w^{-1} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \left(\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + i\text{sen}\left(\frac{\pi}{4}\right)\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{1}{2} + i\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow w^{-1} = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$$

$$(03) \bar{z} = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2} = \cos\left(\frac{11\pi}{6}\right) + i\text{sen}\left(\frac{11\pi}{6}\right)$$

$$(04) \sqrt[4]{w} = \sqrt[4]{|w|} \cdot \left(\cos\left(\frac{\theta}{n} + \frac{2k\pi}{n}\right) + i\text{sen}\left(\frac{\theta}{n} + \frac{2k\pi}{n}\right)\right) \Rightarrow$$

$$\sqrt[4]{w} = \sqrt[4]{\sqrt{2}} \cdot \left(\cos\left(\frac{7\pi}{16} + \frac{k\pi}{2}\right) + i\text{sen}\left(\frac{7\pi}{16} + \frac{k\pi}{2}\right)\right)$$

$$\sqrt[4]{w} = \sqrt[8]{2} \cdot \left(\cos\left(\frac{7\pi}{16} + \frac{k\pi}{2}\right) + i\text{sen}\left(\frac{7\pi}{16} + \frac{k\pi}{2}\right)\right)$$

Desse modo, temos que:

(01) Correta, pois $|z| \cdot w^{10} = -32i$ é um número imaginário puro.

(02) Correta, pois $w^{-1} = \frac{1}{2} + i\frac{1}{2} = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$

(04) Correta, pois $\bar{z} = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2} = \cos\left(\frac{11\pi}{6}\right) + i\text{sen}\left(\frac{11\pi}{6}\right)$

(08) Incorreta, pois o raio da circunferência circunscrita é $r = \sqrt[8]{2}$.

Logo, $t = (01)+(02) + (04) = (07) \in [5,8]$.

ALFERES VESTIBULARES

- 33)** São dadas uma progressão aritmética e uma progressão geométrica alternante com primeiro termo igual a 1. Multiplicando-se os termos correspondentes das duas seqüências obtém-se a seqüência $(-1, 1, 3, \dots)$. A soma dos 5 primeiros termos desta seqüência é
- 61
 - 97
 - 103
 - 111

RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 33 : ALTERNATIVA D

PA: $(a_1, a_1 + r, a_1 + 2r, \dots)$

PG alternante: $(1, -q, q^2, \dots)$ sendo $q > 0$

Seqüência: $(a_1, (a_1 + r) \cdot (-q), (a_1 + 2r) \cdot q^2, \dots) = (-1, 1, 3, \dots)$

Logo $a_1 = -1 \Rightarrow (-1 + r) \cdot (-q) = 1 \Rightarrow r = 1 - \frac{1}{q} = \frac{q-1}{q}$

$q^2 - 2q - 3 = 0 \Rightarrow q = 3$ ou $q = -1$ (não serve pois a PG é alternante). Logo:

$q = 3 \Rightarrow r = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ e finalmente:

PA: $\left(-1, -\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, 1, \frac{5}{3}, \dots\right)$

PG: $(1, -3, 9, -27, 81, \dots)$

Seqüência: $(-1, 1, 3, -27, 135, \dots)$

A soma dos 5 primeiros termos da seqüência é:
 $-1 + 1 + 3 - 27 + 135 = 111$.

ALFERES VESTIBULARES ALFERES VESTIBULARES

34) Analise as proposições abaixo, classificando-as em (V) verdadeira(s) ou (F) falsa(s).

() O resto da divisão de $P(x) = 5x^{2n} - 4x^{2n+1} - 2$ ($n \in \mathbb{N}$) por $x + 1$ varia de acordo com o valor de n .

() Se $P(x) + x \cdot P(3 - x) = x^2 + 1$, então $P(3) = 13$.

() Se $1 + i$ é raiz de $P(x) = x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$, sendo $\{b, c, d\} \subset \mathbb{R}$, então uma das raízes tem forma trigonométrica

igual a $\sqrt{2} \cdot \left(\cos \frac{3\pi}{4} + i \operatorname{sen} \frac{3\pi}{4} \right)$.

Tem-se que

- a) todas são falsas.
- b) apenas duas são falsas.
- c) apenas uma é falsa.
- d) todas são verdadeiras.

RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 34 : ALTERNATIVA A

(F) Pelo Teorema do Resto, o resto da divisão de $P(x)$ por $x + 1$ é $P(-1) = 5(-1)^{2n} - 4(-1)^{2n+1} - 2 = 7$, para qualquer ($n \in \mathbb{N}$)

(F) $P/x = 0$, tem-se: $P(0) + 0 \cdot P(3) = 0^2 + 1 \Rightarrow P(0) = 1$

$P/x = 3$; tem-se: $P(3) + 3 \cdot P(0) = 3^2 + 1 \Rightarrow P(3) = 7$

(F) Se $1 + i$ é raiz de um polinômio com coeficientes reais, então a outra raiz complexa é $1 - i = \sqrt{2} \left(\cos \frac{7\pi}{4} + i \operatorname{sen} \frac{7\pi}{4} \right)$ e

a terceira tem que ser real.

35) O conjunto solução S de $P(x) = 0$, possui 3 elementos.

Sabendo-se que $P(x) = x^6 - m \cdot x^4 + 16 \cdot x^3$, onde $m \in \mathbb{R}$, assinale a alternativa **INCORRETA**.

- a) O número m é múltiplo de 3.
- b) Os elementos de S formam uma progressão aritmética.
- c) S é constituído só de números pares.
- d) $R(x)$, resto da divisão de $P(x)$ por $(x - 1)$, é um polinômio de grau zero.

RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 35 : ALTERNATIVA B

$P(x) = x^3(x^3 - mx + 16) = 0$, sendo um dos elementos de S o próprio zero (raiz de multiplicidade 3); portanto, como só nos restam mais 2 elementos em S e mais 3 raízes em $P(x)$, concluímos que uma das raízes tem multiplicidade 2. Sejam a e b as outras raízes, pelas relações de Girardi,

temos:
$$\begin{cases} a + 2b = 0 \Rightarrow a = -2b \Rightarrow a = -4 \\ a \cdot b + a \cdot b + b \cdot b = -m \Rightarrow m = 12 \\ a \cdot b \cdot b = -16 \Rightarrow -2b^3 = -16 \Rightarrow b = 2 \end{cases}$$
, sendo, então, o

conjunto $S = \{-4, 0, 2\}$

36) Com base no conhecimento sobre análise combinatória, é correto afirmar que

(01) existem 2160 possibilidades de 8 pessoas ocuparem um veículo com 3 lugares voltados para trás e 5 lugares voltados para frente, sendo que 2 das pessoas preferem bancos voltados para trás, 3 delas preferem bancos voltados para frente e as demais não têm preferência.

(04) com os algarismos 0, 1, 2, 3, 4 e 5, pode-se formar 525 números ímpares com 4 algarismos e que não tenham zeros consecutivos.

(08) podem ser formados 330 paralelogramos a partir de 7 retas paralelas entre si, interceptadas por outras 4 retas paralelas entre si.

A soma das alternativas corretas é

- a) 05
- b) 09
- c) 12
- d) 13

RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 36 : ALTERNATIVA A

(01) **Verdadeiro:** Considerando-se que 2 das 3 pessoas que sentam voltadas para trás e 3 das 5, que sentam voltadas para frente já estão definidas; falta definir apenas a terceira pessoa, dentre as três restantes, que sentará voltada para trás e, conseqüentemente, já estarão definidas as outras duas que sentarão para frente; permutando cada uma dessas combinações, tem-se:

$C_{3,1} \cdot P_3 \cdot P_5 = 3 \cdot 3! \cdot 5! = 2160$

(04) **Verdadeiro:** Pelo Princípio Fundamental da Contagem tem-se 5 opções para o primeiro algarismo (exclui-se o zero), 6 opções para o 2º e 3º algarismos e apenas 3 para o último (1, 3 e 5); porém, é necessária a exclusão dos números que possuem dois zeros juntos, na 2ª e 3ª posições, que totalizam 15 (5 opções para a 1ª e 3 para a última). A quantidade de números ímpares de 4 algarismos será de: $5 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 3 - 5 \cdot 3 = 525$

(08) **Falso:** Para se obter todos os paralelogramos formados pelas retas, basta tomar as 7 paralelas, duas a duas e as outras 4 paralelas tomadas duas a duas:

$C_{7,2} \cdot C_{4,2} = 21 \cdot 6 = 126$ paralelogramos.

ALFERES VESTIBULARES ALFERES VESTIBULARES

37) Os três primeiros coeficientes do desenvolvimento de

$\left(x^2 + \frac{1}{2x} \right)^n$ segundo as potências decrescentes de x estão

em progressão aritmética. O valor de n é um número:

- a) primo
- b) quadrado perfeito
- c) cubo perfeito
- d) maior que 9 e menor que 15.

RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 37 : ALTERNATIVA C

As três maiores potências de x no desenvolvimento de

$\left(x^2 + \frac{1}{2x} \right)^n$ são, respectivamente:

x^{2n}
 $\binom{n}{1} \cdot (x^2)^{n-1} \cdot \frac{1}{2x} = \frac{n}{2} \cdot x^{2n-3}$

$\binom{n}{2} \cdot (x^2)^{n-2} \cdot \left(\frac{1}{2x} \right)^2 = \frac{n(n-1)}{8} \cdot x^{2n-6}$

Os coeficientes 1 , $n/2$ e $n \cdot (n-1)/8$ estão em progressão aritmética. Assim:

$2 \cdot \left(\frac{n}{2} \right) = 1 + \frac{n(n-1)}{8}$

$n^2 - 9n + 8 = 0$

Resolvendo a equação, encontra-se $n = 8 = 2^3$.

ALFERES VESTIBULARES ALFERES VESTIBULARES

38) Numa caixa existem 6 canetas pretas, 4 azuis e 3 vermelhas. Se três canetas são retiradas ao acaso, e sem reposição, a probabilidade de que pelo menos duas tenham cores distintas é:

- a) $261/286$
- b) $1/9$
- c) $\frac{C_{6,3}}{C_{13,3}}$
- d) $1 - \frac{C_{6,3}}{C_{13,3}}$

RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 38 : ALTERNATIVA A

O evento no qual pelo menos duas canetas tem cores distintas corresponde ao universo de eventos possíveis, com exceção dos eventos nos quais as três canetas possuem as mesmas cores. Assim, a probabilidade de que pelo menos duas canetas tenham cores distintas corresponde à

probabilidade total menos a probabilidade de que as três canetas tenham a mesma cor.

Seja A o evento no qual pelo menos duas canetas tem cores distintas, pode-se definir:

P(A) = 1 - (P(3P) + P(3A) + P(3V))

P(A) = 1 - ((6 * 5 * 4 / (13 * 12 * 11)) + ((4 * 3 * 2 / (13 * 12 * 11)) + ((3 * 2 * 1 / (13 * 12 * 11)))) = 1566 / 1716 = 263 / 286

ALFERES VESTIBULARES ALFERES VESTIBULARES

39) Assinale as sentenças abaixo:

I. seja a matriz A = (aij)3x3 definida por { (2i) se i = j, (i + 2j) se i != j

O elemento da terceira linha e segunda coluna da matriz transposta de A é 8.

II. Seja a matriz B = A - A^T (A^T é a transposta de A), onde A é uma matriz quadrada de ordem n. Então, a diagonal principal de B é nula.

III. A matriz A = (1 sen theta, sen theta 1) é inversível se

theta != pi/2 + kpi, k in Z

IV. Se a matriz M = (z 2^{x+2} log(2z-4), 4^x x (z+1)!, log y y! y) é simétrica,

então o produto dos elementos de sua diagonal principal é igual a 36.

É (são) falsa(s) apenas

- a) I e III c) IV b) II e IV d) I e II

RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 39 : ALTERNATIVA C

I. Verdadeira

Da definição da matriz, tem-se:

A = (2 5 7, 4 6 8, 5 7 20) A^T = (2 4 5, 5 6 7, 7 8 20)

O elemento da terceira linha e segunda coluna da matriz transposta de A é, de fato, 8.

II. Verdadeira

Seja A = (aij), A^T = (aji). Mas, quando i=j, os elementos da diagonal principal são aii = aii.

Se B = A - A^T, então os elementos da diagonal principal serão: bii = aii - aii = 0.

III. Verdadeira

Para que a matriz seja inversível, é necessário que o determinante da mesma seja diferente de zero:

| 1 sen theta, sen theta 1 | = 1 - sen^2 theta = cos^2 theta != 0

cos theta != 0

Então theta != pi/2 + kpi, k in Z

IV. Falsa

Para que a matriz seja simétrica, é necessário que (mij) = (mji).

Então:

4^x = 2^{x+2} => x = 2

{ y = 2z - 4, y = z + 1 } => y = 6, z = 5

O produto dos elementos da diagonal principal é x.y.z = 60 !=

ALFERES VESTIBULARES ALFERES VESTIBULARES

40) Sendo x = (12 18 9, 21 17 15, 32 60 14) e y = (32 60 14, 63 51 45, 12 18 9), então

- a) x = 3y c) y = -3x b) x = -27y d) y = 27x

RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 40 : ALTERNATIVA C

y = (32 60 14, 63 51 45, 12 18 9) = 3 * (21 17 15, 12 18 9) = -3 * (12 18 9, 32 60 14) = -3x

Ou seja, y = -3x

ALFERES VESTIBULARES ALFERES VESTIBULARES

41) (x, y, z) são as soluções do sistema { 8x - y - 2z = 0, 7x + y - 3z = 0

Se x, y e z formam, nesta ordem, uma progressão aritmética, então a razão dessa progressão aritmética é igual a

- a) 1/3 c) x b) 3/2 d) (x+y+z)/3

RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 41 : ALTERNATIVA C

Substituindo x = y - r e z = y + r, temos:

{ 8x - y - 2z = 0 => { 8(y-r) - y - 2(y+r) = 0, 7x + y - 3z = 0 => { 7(y-r) + y - 3(y+r) = 0

{ 5y - 10r = 0, 5y - 10r = 0 } => { y = 2r, x = y - r = r } => x = r

ALFERES VESTIBULARES ALFERES VESTIBULARES

42) Considerando no plano cartesiano ortogonal as retas r, s e t, tais que (r) { x = 2v + 3, y = 3v - 2, (s) mx + y + m = 0 e (t) x = 0,

analise as proposições abaixo, classificando-as em (V) verdadeira(s) ou (F) falsa(s).

- () exists m in IR | r = s () exists m in IR | s perpendicular t () se m=0, as retas r, s e t determinam um triângulo retângulo. () As retas r e s poderão ser retas suportes de lados opostos de um paralelogramo se m = -1,5

A seqüência correta é

- a) F - V - F - F c) V - F - F - V b) V - V - V - F d) F - V - V - V

RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 42 : ALTERNATIVA D

Isolando "v" em (r), temos:

v = (x-3)/2 = (y+2)/3 => 3x - 2y - 13 = 0

I) Falso. Como em (s) o coeficiente angular é igual ao coeficiente linear, então não existe m in IR | r=s

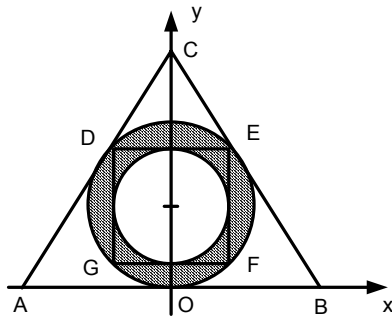
II) Verdadeiro. Tomando m=0, temos (s): y=0 => (s) perpendicular (t)

$\therefore \exists m \in \mathbb{R} \mid s \perp t$

III) Verdadeiro. Para $m=0$, temos as retas: $3x-2y-13=0, y=0$ e $x=0$; que determinam um triângulo retângulo.
 IV) Verdadeiro. Para $m=-1,5$, temos que r e s são paralelas, portanto podem ser retas suportes de um paralelogramo.

ALFERES VESTIBULARES ALFERES VESTIBULARES

43) Um cursinho tem representado na figura abaixo o seu logotipo que é contornado por um triângulo equilátero ABC, cujo baricentro é o ponto $P\left(0, \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$. No interior desse triângulo há o quadrado DEFG inscrito na circunferência λ_1 e, ao mesmo tempo, circunscrito à circunferência λ_2 . Considerando os dados acima, classifique as alternativas abaixo em **(V)** verdadeira(s) ou **(F)** falsa(s).



() A equação geral de λ_1 é $x^2 + y^2 - \frac{2\sqrt{3}}{3}y = 0$

() A coroa circular sombreada na figura pode ser representada pelo conjunto de pontos $Q(x, y)$, tais que:

$$\begin{cases} x^2 + \left(y - \frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 \geq \frac{1}{3} \\ x^2 + \left(y - \frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 \leq \frac{1}{6} \end{cases}$$

() A reta suporte que contém o segmento BC pode ser representada por $y = -\sqrt{3}x + \sqrt{3}$

A seqüência correta é

- a) V - V - V
- b) V - F - V
- c) F - V - V
- d) V - V - F

RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 43 : ALTERNATIVA B
 Sabemos que as coordenadas do baricentro são:

$$x_P = \frac{x_A + x_B + x_C}{3}, y_P = \frac{y_A + y_B + y_C}{3}$$

Da figura, temos: $x_C = y_A = y_B = 0$ e $y_C = \sqrt{3}$.

Como y_C é altura do triângulo equilátero, temos que o lado mede 2, então, o centro das circunferências é: $\left(0; \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$.

Observando a figura dada, temos que os raios das circunferências inscrita e circunscrita ao quadrado são, respectivamente, $\frac{1}{\sqrt{6}}$ e $\frac{1}{\sqrt{3}}$. Portanto, as equações das circunferências são:

$$\lambda_1: x^2 + \left(y - \frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \frac{1}{3} \Rightarrow x^2 + y^2 - \frac{2\sqrt{3}}{3}y = 0$$

$$\lambda_2: x^2 + \left(y - \frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \frac{1}{6}$$

Portanto:

(1) Verdadeira

(2) Falsa: A coroa circular corresponde às regiões:

$$\lambda_1: x^2 + \left(y - \frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 \leq \frac{1}{3} \text{ e } \lambda_2: x^2 + \left(y - \frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 \geq \frac{1}{6}$$

(3) Verdadeira:

$B: (1,0)$ e $C: (0, \sqrt{3}) \Rightarrow$ Reta suporte: $\frac{x}{1} + \frac{y}{\sqrt{3}} = 1$

$$\Rightarrow y = -\sqrt{3}x + \sqrt{3}$$

ALFERES VESTIBULARES ALFERES VESTIBULARES

44) Considere o sistema cartesiano ortogonal e as opções abaixo. Marque a **FALSA**.

- a) A medida de um dos eixos da elipse de equação $x^2 + 4y^2 = 1$ é a quarta parte do outro.
- b) As retas da equação $y = mx$ representam as assíntotas da curva $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{25} = 1$ se, e somente se, $|m| = \frac{5}{4}$
- c) As circunferências $x^2 + y^2 - 2x = 0$ e $x^2 + y^2 + 4x = 0$ são tangentes exteriormente.
- d) A equação $x - y^2 = 0$ representa uma parábola cuja reta diretriz não tem coeficiente definido.

RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 44 : ALTERNATIVA A
 Sabemos que:

$$x^2 + 4y^2 = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{1^2} + \frac{y^2}{(1/2)^2} = 1 \Rightarrow a=1 \text{ e } b=1/2$$

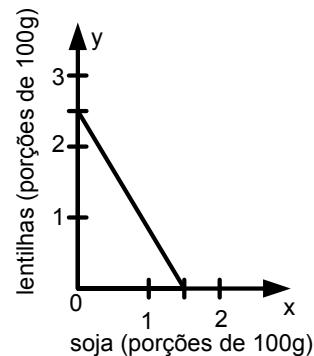
Logo a medida de um dos eixos é metade e não um quarto da do outro.

ALFERES VESTIBULARES ALFERES VESTIBULARES

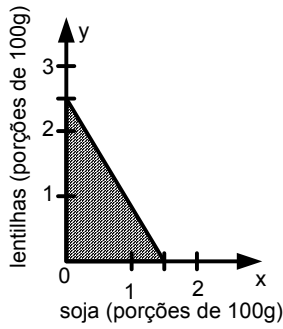
45) Sabe-se que 100g de soja seca contém 39g de proteínas e que 100g de lentilha seca contém 26g de proteínas. Homens de estatura média, vivendo em clima moderado, necessitam de 65g de proteínas em sua alimentação diária. Suponha que um homem queira nutrir-se com esses 65g de proteínas alimentando-se de soja e/ou lentilha. Seja x a quantidade diária de soja e y a quantidade diária de lentilha, x e y positivos e medidos em porções de 100g.

É **INCORRETO** afirmar que

- a) a relação estabelecida entre x e y é $3x + 2y = 5$
- b) se um homem deseja adquirir pelo menos 65g de proteínas, tem-se que $y \geq -1,5x + 2,5$
- c) o esboço do gráfico que melhor representa o consumo mínimo de soja e/ou que um homem precisa é



d) o esboço do gráfico que representa as possíveis combinações de tais alimentos para fornecer pelo menos a quantidade de proteínas requerida é

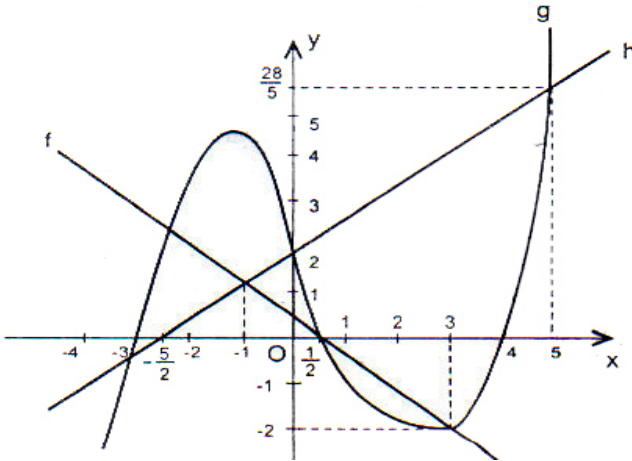


RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 45 : ALTERNATIVA D

A relação entre a quantidade de proteína contida na soja (x), na lentilha (y) e a requerida pelo homem é, respectivamente, de 39:26:65 = 3:2:5. Dessa forma a relação que pode ser estabelecida entre x e y é $3x + 2y = 5$, logo a alternativa D está incorreta, pois a região mostrada no gráfico corresponde a $3x + 2y \leq 5$.

ALFERES VESTIBULARES ALFERES VESTIBULARES

46) Com relação às funções reais f, g e h, cujos gráficos estão representados abaixo, assinale a alternativa **INCORRETA**.



- a) Se x é tal que $3 \leq x \leq 5$, então $f(x) \leq g(x) \leq h(x)$
- b) Se x é tal que $-1 \leq x \leq \frac{1}{2}$, então $g(x) \geq h(x) \geq f(x)$
- c) Se x é tal que $\frac{1}{2} \leq x \leq 3$, então $g(x) \leq f(x) \leq h(x)$
- d) Se x é tal que $-\frac{5}{2} \leq x \leq 4$, então $f(x) \cdot g(x) \cdot h(x) \geq 0$

RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 46 : ALTERNATIVA B

Analisando o gráfico no trecho em que $0 < x < \frac{1}{2}$, nota-se que $f(x) < g(x) < h(x)$, portanto a alternativa B está incorreta.

ALFERES VESTIBULARES ALFERES VESTIBULARES

47) Dada a função real f definida por $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x-4} + \sqrt{8-x}}$,

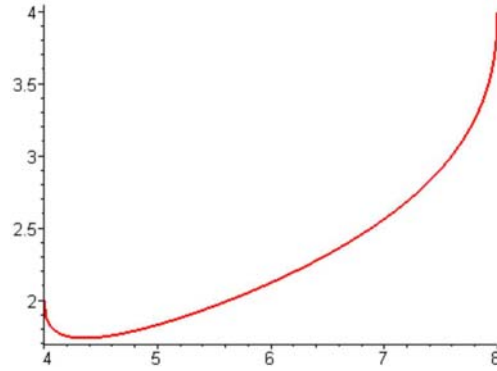
se $D = [a, b]$ e o domínio de f e $Im = [c, d]$ é o conjunto imagem de f, então, pode-se dizer que

- a) se $Im - D = [m - n]$, então $m - n = -2$
- b) se $D - Im = [p, q]$, então $p + q = 10$
- c) $c + d = 2$
- d) $ab = 36$

RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 47 : (ANULADO)

Justificativa:

O domínio da função é $[4, 8]$, logo, para $x=4, y=2$ e, para $x=8, y=4$ (por substituição), o que sugere que a imagem tenha limites entre 2 e 4. Porém esta função tem a seguinte curva:



o que nos mostra um valor mínimo menor que 2, tornando todas as alternativas falsas. Caso o mínimo fosse 2, então a imagem seria $[2, 4]$, ou seja, a alternativa correta seria A. Esta questão deve ser ANULADA.

ALFERES VESTIBULARES ALFERES VESTIBULARES

48) Dadas as funções reais f e g definidas por $f(x) = \sqrt{x^2 - 5x + 6}$ e $g(x) = \frac{x}{\sqrt{x}}$, sabendo-se que existe

$(g \circ f)(x)$, pode-se afirmar que o domínio de $g \circ f$ é

- a) $\mathbb{R} -]2, 3[$
- b) $\mathbb{R} - [2, 3]$
- c) $\mathbb{R} - \{2, 3\}$
- d) $\mathbb{R}^+ - [2, 3]$

RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 48 : ALTERNATIVA B

Em $(g \circ f)(x)$, a imagem de f é o domínio de g.

Assim, $g(f(x)) = \frac{\sqrt{x^2 - 5x + 6}}{\sqrt{\sqrt{x^2 - 5x + 6}}}$,

cujo domínio é: $x^2 - 5x + 6 > 0 \Rightarrow (x - 2) \cdot (x - 3) > 0$

Portanto: $x < 2$ e $x > 3$, ou seja, $D = \mathbb{R} - [2; 3]$

ALFERES VESTIBULARES ALFERES VESTIBULARES

49) Dois irmãos, Pedro e Paulo, sem nenhuma renda, ganharam uma bolsa de estudos por 1 ano, sendo que cada um receberá x reais por mês. Fizeram, então, uma previsão de despesas e Pedro concluiu que pode economizar mensalmente $\frac{2}{7}$ do valor de sua bolsa. Já Paulo, que gastará por mês R\$ 300,00 a mais que Pedro, acumulará uma dívida de R\$ 1680,00 ao fim do ano. Pedro, então, propõe ao irmão ajudá-lo todo mês com metade do que economizaria mensalmente. Baseado nisso, é correto afirmar que

- a) o valor de x não chega a R\$ 500,00 por mês
- b) Paulo gasta por mês exatamente 120% do valor de sua bolsa.
- c) contando apenas com a ajuda de Pedro, Paulo não conseguirá pagar todas as suas despesas.
- d) Pedro pretende guardar, ao final dos 12 meses, R\$ 980,00, mesmo ajudando o irmão.

RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 49 : ALTERNATIVA C

Ao final do ano, Paulo terá gastado:

$$\left[-\left(\frac{5x}{7} + 300\right) + x \right] \cdot 12 = -1680 \Rightarrow \frac{2x}{7} = 160 \Rightarrow x = 560$$

A ajuda de Pedro será: $\frac{2x}{7} \cdot \frac{1}{2} = 80$ por mês.

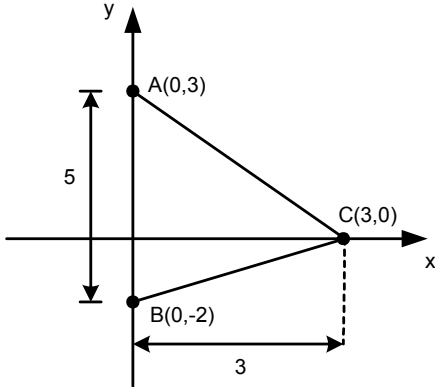
Ao final de um ano, a ajuda será de 960 reais, o que não cobre a dívida de 1680 reais de Pedro.

ALFERES VESTIBULARES ALFERES VESTIBULARES

50) Considere no sistema cartesiano ortogonal o triângulo de vértices A(0, 3), B(0, -2) e C(3, 0). Neste triângulo ABC estão inscritos diversos retângulos com base no eixo das ordenadas. Em relação ao retângulo de maior área, é **INCORRETO** afirmar que o mesmo possui

- a) altura e base proporcionais a 3 e 5
- b) perímetro representando por um número inteiro.
- c) área maior que 4
- d) área correspondente a 50% da área do triângulo ABC.

RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 50 : ALTERNATIVA C
O triângulo de vértices A (0,3), B (0,-2) e C (3,0), possui base 5 e altura 3, conforme figura a seguir:



Pelo teorema de Milton, cujo enunciado lembramos: “ A área máxima do retângulo inscrito em um triângulo é sempre a metade da área do triângulo.”, a área máxima do retângulo é $\frac{1}{2} \cdot \frac{5 \cdot 3}{2} = \frac{15}{4} < 4$

Portanto a alternativa incorreta é a C.

ALFERES VESTIBULARES ALFERES VESTIBULARES

51) Seja $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{B}$ a função definida por $f(x) = -\frac{1}{2}a^x - 1$ ($a \in \mathbb{R}$ e $a > 1$). Analise as afirmativas abaixo, classificando-as em **(V)** verdadeiras(s) ou **(F)** falsas(s).

- () $f(p + q) = f(p) - f(q), \forall p, q, x \in \mathbb{R}$
- () f é crescente $\forall x \in \mathbb{R}$
- () se $x \in] - \infty, 0[$, então $y \in] - \frac{3}{2}, -1[$
- () Se $B =] - \infty, -1[$, então f é bijetora.

- a) F-F-V-V
- b) F-V-F-V
- c) V-F-F-F
- d) F-V-V-V

RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 51 : ALTERNATIVA A

I) Falsa. $f(p + q) = -\frac{1}{2}a^{p+q} - 1 = -\frac{1}{2}a^p \cdot a^q - 1$
 $f(p) - f(q) = -\frac{1}{2}a^p - 1 - \left(-\frac{1}{2}a^q - 1\right) = -\frac{1}{2}(a^p - a^q) \neq f(p + q)$

II) Falsa. Como $a > 1$, temos: a^x é crescente, porém $-\frac{3}{2}a^x - 1$ é decrescente.

III) Verdadeira. Para $a > 1$, temos:
 $x < 0 \Rightarrow 0 < a^x < 1 \Rightarrow -\frac{1}{2} < -\frac{1}{2}a^x < 0 \Rightarrow$
 $\Rightarrow -\frac{1}{2} - 1 < -\frac{1}{2}a^x - 1 < 0 - 1 \Leftrightarrow -\frac{3}{2} < f(x) < -1$

IV) Verdadeira. Sabemos que f é decrescente, logo é injetora. Para $\forall x \in \mathbb{R}$, temos que

$a^x > 0 \Rightarrow -\frac{1}{2}a^x < 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}a^x - 1 < -1 \Leftrightarrow f(x) < -1$. Logo, se $B =] - \infty; -1[$, teremos o contra-domínio igual à imagem. Assim $f(x)$ será sobrejetora. Portanto $f(x)$ será bijetora.

ALFERES VESTIBULARES ALFERES VESTIBULARES

ALFERES VESTIBULARES

52) Assinale a alternativa **INCORRETA**.

- a) O conjunto solução da inequação $(2 - \sqrt{3})^x > -1$ é \mathbb{R}
- b) O número real que satisfaz a sentença $(3^{\sqrt{x}-2})^2 = 5^{2-\sqrt{x}}$ é divisor de 1024
- c) A função exponencial definida por $f(x) = -(a - 4)^x$ é decrescente se $4 < a < 5$
- d) se $y = 10^x$ é um número entre 10.000 e 100.000, então x está entre 4 e 6

RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 52 : ALTERNATIVA C

A) Correta. Como $2 - \sqrt{3} > 0$, então $(2 - \sqrt{3})^x > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Assim, $(2 - \sqrt{3})^x > -1, \forall x \in \mathbb{R}$

B) Correta.

$$(3^{\sqrt{x}-2})^2 = 5^{2-\sqrt{x}} \Leftrightarrow (3^2)^{\sqrt{x}-2} = (5^{-1})^{\sqrt{x}-2} \Leftrightarrow \left(\frac{3^2}{5^{-1}}\right)^{\sqrt{x}-2} = 1$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{x} = 2 \Leftrightarrow x = 4, \text{ que é divisor de } 1024.$$

C) Correta. Se $10^4 < x < 10^5$, então $4 < x < 5$. Logo, podemos dizer que x está entre 4 e 6.

D) Incorreta. Se $4 < a < 5 \Rightarrow 0 < a - 4 < 1 \Leftrightarrow 0 < (a - 4)^x < 1$. Logo, $g(x) = (a - 4)^x$ é decrescente, então $f(x) = -(a - 4)^x$ é crescente.

ALFERES VESTIBULARES ALFERES VESTIBULARES

ALFERES VESTIBULARES

53) Assinale a alternativa correta.

- a) $\log_2 3 > \log_1 \frac{1}{9}$
- b) Se $x = \log_3 14 \cdot \log_2 3 \cdot \log_4 \frac{2}{5}$, então $1 < x < 2$
- c) Se $m = \frac{1}{\log_3 x}$, então, um possível valor real de x tal que $x^m \cdot \log_3 x < 1$ é $x = \frac{7}{3}$
- d) Se $x^{\frac{1}{\log_3 x}} < \frac{1}{\log_3 x}$ ($0 < x < 1$), então, um possível valor de x é $\sqrt{2}$

RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 53 : ALTERNATIVA B

A) Falsa.

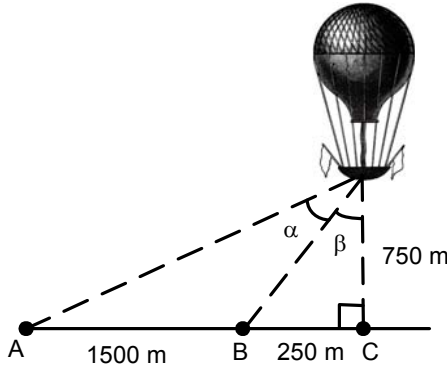
$\log_2 3 > \log_1 \frac{1}{9} \Rightarrow \log_2 3 > \log_{2^{-2}} 3^{-2} \Leftrightarrow \log_2 3 > \log_2 3$, o que é um absurdo.

B) Falsa. Temos que $m = \frac{1}{\log_3 x} = \log_x 3$. Assim, a

inequação fica: $x^{\log_x 3} \cdot \log_3 x < 1 \Leftrightarrow 3 \log_3 x < 1 \Leftrightarrow$

$\log_3 x < \frac{1}{3} \Leftrightarrow x < 3^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{3}$. Como $\frac{7}{3} > \sqrt[3]{3}$, então $x = \frac{7}{3}$ não satisfaz a inequação.

C) Verdadeira. Aplicando a mudança de base, temos:



- a) $\frac{7}{3}$
- b) $\frac{9}{8}$
- c) $\frac{3}{2}$
- d) $\frac{1}{3}$

RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 57 : ALTERNATIVA B

Como $\text{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\text{tg}\alpha + \text{tg}\beta}{1 - \text{tg}\alpha \cdot \text{tg}\beta}$, então:

$$\frac{1500 + 250}{750} = \frac{\text{tg}\alpha + \frac{250}{750}}{1 - \text{tg}\alpha \cdot \frac{250}{750}} \Leftrightarrow \boxed{\text{tg}\alpha = \frac{9}{8}}$$

ALFERES VESTIBULARES ALFERES VESTIBULARES

58) Considere as afirmativas abaixo:

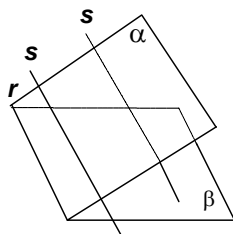
- I) Se α e β são planos interceptando-se na reta r e a reta s é paralela a α e a β , então s também é paralela a r .
- II) Se uma reta intercepta um plano α , existe um plano β paralelo a α que não é interceptado pela reta.
- III) Se dois planos são paralelos, toda reta contida em um deles é paralela ao outro plano.
- IV) Dois planos perpendiculares a um terceiro plano são sempre paralelos entre si.
- V) Se três retas têm um ponto comum, elas são coplanares.

O número de afirmativas verdadeiras é

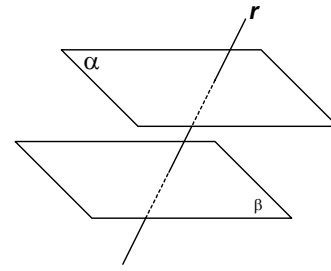
- a) 1
- b) 2
- c) 3
- d) 4

RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 58 : ALTERNATIVA B

I)

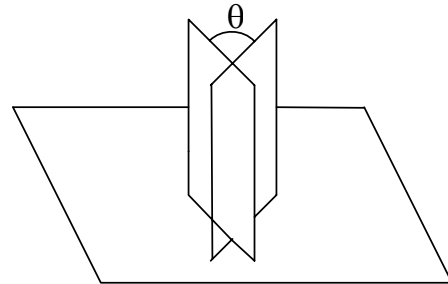


Única configuração possível, com s paralela a r .
Afirmção verdadeira
 II) **Afirmção falsa**

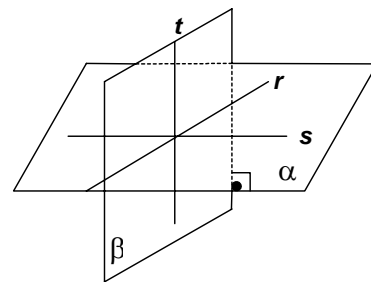


III) **Afirmção verdadeira**

IV)



Como θ pode ser diferente de 90° , a **afirmação é falsa** (imagine um caderno aberto de pé sobre uma mesa).
 V)



Como $t \notin \alpha$ e tem um ponto em comum com r e s , a **afirmação é falsa**

ALFERES VESTIBULARES ALFERES VESTIBULARES

59) Um reservatório de forma cilíndrica (cilindro circular reto) de altura 30 cm e raio da base 10 cm está cheio de água. São feitos, simultaneamente, dois furos no reservatório: um no fundo e outro a 10 cm de altura do fundo. Cada um desses furos permite uma vazão de 1 litro por minuto. A quantidade de água restante no reservatório após $\frac{4\pi}{3}$ minutos é, em litros,

- a) π
- b) $\frac{3\pi}{4}$
- c) $\frac{2\pi}{3}$
- d) $\frac{\pi}{4}$

RESOLUÇÃO DA QUESTÃO 59 : ALTERNATIVA C

